

Les situations didactiques de recherche de problème (SDRP)

Texte adapté de Front (2015)

1. Des dispositifs plus anciens portés par la résolution de problème en classe

Gardes (2013), s'appuyant sur les écrits initiaux de Polya autour du problem-solving, (Polya, 1945), (Polya, 1954), (Schoenfeld, 1985) rappelle l'importance de la conception du problem-solving qui place la résolution de problème au coeur des mathématiques. Dans cette conception, la résolution de problèmes est, entre autres, le moyen d'une appropriation par les étudiants de certaines façons de faire expertes. Dans ce cadre, la pratique de référence est donc celle des mathématiciens, vus comme des personnes « disposant d'un ensemble large et structuré de ressources : savoirs mathématiques académiques (concepts et théorèmes), savoirs pratiques allant des algorithmes, routine procédures jusqu'aux heuristiques ou problem-solving strategies » (Gardes, 2013, p.54).

Mais Gardes met en évidence que les propositions de Schoenfeld associent fondamentalement heuristiques et savoirs : « Cette approche de la résolution de problèmes laisse donc une place centrale aux savoirs mathématiques. Si elle constitue un but à part entière, elle est aussi vue comme favorisant une meilleure compréhension des concepts et théorèmes enseignés » (Idem). Toutefois, dans ces propositions novatrices au XXe siècle sur l'approche des mathématiques en classe, l'accent est mis sur les heuristiques, et la philosophie des mathématiques sous-jacente ne permet sans doute pas le développement d'une réflexion conjointe sur les objets mathématiques et les savoirs en jeu.

Dans la revue des dispositifs français qui se sont ancrés sur la résolution de problèmes, Gardes met en évidence différentes orientations. Elle évoque le dispositif pensé à l'IREM de Lyon, (Arsac et al., 1991) et (Arsac et Mante, 2007) autour des problèmes ouverts où l'accent est mis sur la pratique de résolution de problèmes et non sur l'apprentissage de nouvelles connaissances, les ateliers MATH.en.JEANS, (Duchet et Audin, 2009) qui vise à faire en sorte que les élèves deviennent eux-mêmes des chercheurs, les situations de recherche pour la classe de Math-à-modeler, (Grenier et Payan, 2002), où l'objectif premier « est donc la résolution (au moins partielle) d'une question dont on ne connaît pas la réponse, et non l'apprentissage ou le travail d'une notion mathématique désignée » (Site internet de l'équipe, <http://mathsamodeler.ujf-grenoble.fr/>).(Gardes, 2013, p.53)

Il est à noter que les travaux prenant comme objet le développement d'heuristiques lui-même n'ont jamais fait leur preuve. Il est indéniable que les travaux de Polya sur la logique du raisonnement plausible en mathématiques, ainsi que ceux de Lakatos sur « preuves et réfutations » ont mis au jour l'importance d'une approche s'écartant des lois de la logique déductive classique pour l'étude de la découverte en recherche de problèmes. Ils révèlent en effet, dans cet type d'activité, le rôle de différentes formes de raisonnement, généralisations, particularisations et analogies, le rôle des erreurs et des réfutations comme sources de découverte, les dialectiques, les notions de domaine de validité, la question de l'objet de connaissance. Ils ont ainsi ouvert la voie à l'étude de l'usage de la résolution de problèmes à l'école pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques. Toutefois, comme le rappelle Julo : Il est vrai que la méthode proposée par Polya n'a jamais fait ses preuves et ceci, comme l'a remarqué très tôt un spécialiste de la résolution de problèmes en mathématiques, parce que « nous savons trop peu de choses à propos de la manière dont les

sujets utilisent les règles heuristiques et absolument rien à propos de la manière dont ils adaptent ces heuristiques à différentes sortes de problèmes. » (Kilpatrick, 1969). (Julo, 2002, p.3)

Ainsi, En dehors du fait que rien ne permet d'étayer, ni théoriquement ni empiriquement, les fondements de cette approche, le risque de faire « de la résolution de problèmes pour la résolution de problèmes », indépendamment de toute finalité conceptuelle, est grand (Ibid., p.4). Dès lors, dans la diversité des approches, il semble aujourd'hui premier d'interroger la place laissée à l'institutionnalisation des savoirs dans les dispositifs proposés. C'est ce que tente le groupe de recherche DREAM, auquel nous contribuons, (Aldon et al., 2010).

2. Les situations didactiques de recherche de problème

Pour nous qui utilisons le cadre général de la théorie des situations didactiques, le terme « situation » renvoie nécessairement et de façon exacte à la théorie des situations didactiques. Et donc rappelons-le, les situations didactiques de recherche de problèmes sont :

- des situations didactiques, c'est-à-dire des situations où le maître cherche à faire dévolution à l'élève d'une situation didactique qui provoque chez lui l'interaction la plus indépendante et la plus féconde possible. Pour cela, il communique ou s'abstient de communiquer, selon le cas, des informations, des questions, des méthodes d'apprentissages, des heuristiques, etc. L'enseignant est donc impliqué dans un jeu avec le système des interactions de l'élève avec les problèmes qu'il lui pose. (Brousseau, 1998, p.60)

- qui soient des situations d'apprentissage, c'est-à-dire des situations où l'élève fasse fonctionner ses connaissances et où la réponse initiale que l'élève envisage à la question posée doit seulement permettre de mettre en oeuvre une stratégie de base à l'aide de ses connaissances anciennes ; mais très vite, cette stratégie devrait se révéler suffisamment inefficace pour que l'élève soit obligé de faire des accommodations, c'est-à-dire des modifications de son système de connaissances, pour répondre à la situation proposée. (Brousseau, 1998, p.300)

- où le projet commun de l'enseignant et des élèves est avant tout l'engagement dans la résolution du problème proposé et l'élaboration de résultats au moins partiels, la genèse de savoirs sur des objets mathématiques nouveaux,

- où la dimension expérimentale est fortement présente ;

Plus précisément, et compte-tenu de l'objectif, nous aurions dû utiliser un nom long pour ces situations, nom qui devrait être « Situation didactique de genèses de savoirs par la recherche de problèmes en classe de mathématiques ». Nous en resterons à l'acronyme SDRP pour renvoyer à ces situations.

3. Émergence et institutionnalisation des savoirs mathématiques en SDRP

Chacun d'entre nous perçoit les mathématiques en fonction de sa propre personnalité.

C'est choquant mais c'est vrai.

Yves Meyer

C'est en élaborant le jeu autour des savoirs que Brousseau a développé la théorie des situations. Dans ce cadre théorique, la démarche la plus usuelle pour construire une situation consiste à cibler un savoir donné par un énoncé mathématique, à rechercher un problème permettant de faire émerger ce savoir et de construire une situation redonnant du sens à ce

savoir. Ici, nous envisageons une entrée dans le questionnement didactique en appui sur des problèmes qui ont été, en tant que tels, repérés comme porteurs de potentialités au sens où nous l'avons défini.

Ce sont donc des problèmes robustes, de dévolution aisée, permettant, sous des conditions précises, l'action sur des objets mathématiques naturalisés, des conjectures, des validations et des institutionnalisations de savoirs ... Mais, pour Conne : " *En fait les problèmes ne se laissent pas identifier ni isoler comme cela, ils ne vont jamais seuls, on a toujours affaire à des chaînes de problèmes s'organisant en réseaux, à l'image des réseaux de savoirs qu'ils représentent.*" (Conne, 2004, p.76). Il en résulte, a priori, une diversité accrue des objets manipulés et une complexité de pilotage et d'analyse des SDRP en termes de savoirs. Plus globalement, entrer par les problèmes et pas par un savoir visé, pour construire une situation didactique, amène à prendre un point de vue différent sur les savoirs en jeu, savoirs qui doivent être considérés, tout d'abord, en lien avec le problème qui peut les faire advenir, problème lui-même coeur de la situation.

Mais, avant d'aller plus loin, précisons ce que nous entendons par le terme « savoirs ». Concernant la dialectique connaissances/savoirs Conne et Brousseau ont balisé le chemin. Pour Conne, dans une perspective didactique : *Il est impossible d'évoquer une connaissance indépendamment de tout savoir, car la référence au savoir en tant que modèle s'y trouve d'emblée inscrite, et il est donc difficile de parler séparément de la connaissance et du savoir.* (Conne, 1992,p.236). Ainsi, dans un premier temps, du point de vue théorique, le « savoir mathématique » s'impose comme modèle permettant non seulement la réflexion théorique sur les situations mais également les analyses a priori et a posteriori. Mais, cette première acception du « savoir » ne s'applique toutefois pas dès que l'on cherche à « tenir compte des mécanismes cognitifs, autant ceux du fonctionnement que ceux du développement cognitifs, dans le projet d'enseigner » (Ibid. p.224).

Conne rejette alors la distinction classique connaissance/savoir qui énonce que le savoir serait décontextualisé, dépersonnalisé, socio-culturellement institué et soutient que « les distinctions contextuel ou non, individuel ou non, portent déjà sur le savoir, et ne sont pas constitutives de la distinction savoir/connaissance » (Ibid. p.226). Il caractérise alors la dialectique connaissance/savoir comme suit : *Lorsque le sujet reconnaît le rôle actif d'une connaissance sur la situation, pour lui, le lien inducteur de la situation sur cette connaissance devient inversible, il sait. Une connaissance ainsi identifiée est un savoir, c'est une connaissance, utile, utilisable, dans ce sens qu'elle permet au sujet d'agir sur la représentation.* (Ibid.235) et alors : *le cas où le contrôle de la relation sujet/situation se trouve du côté de la situation, ce sera l'ordre de la connaissance, [...] [le] cas où ce contrôle se trouve du côté du sujet (et de la représentation) ce sera l'ordre du savoir.* (Ibid. 223)

Par la suite nous utiliserons ce modèle en considérant que les SDRP sont un des moments favorisant les bascules connaissances/savoirs et que, pour l'élève, la pratique qui a permis cette émergence est constitutive de ces savoirs. Une fois cette distinction connaissances/savoirs posée, Conne définit certains types de savoirs en fonction de leur utilité :

- les savoir-faire et savoir-réfléchi qui sont des savoirs pragmatiques, c'est-à-dire des savoirs qui visent à « la transformation du couple connaissance-situation : soit la transformation du milieu qui supporte la situation, soit la transformation des relations du sujet avec ce milieu » (Ibid. p.253). « Un savoir-faire est un savoir pragmatique considéré du seul point de vue des produits objectifs résultant de la transformation d'une situation donnée. [...] Un savoir réfléchi

ne s'arrête pas au seul produit objectif de l'interaction avec la situation [...] mais réfléchit à la manière dont ce produit a été obtenu ... » (Ibid. p.254)

- les savoirs savants dont la finalité sera « l'organisation et le développement des savoirs eux-mêmes, ou encore la transformation des modèles ». Il est à noter donc que pour Conne les savoirs-savants ne sont pas les savoirs des savants (le fait d'organiser ses savoirs n'est pas l'apanage du savant), et qu'il faut aussi les distinguer des savoirs institués des mathématiques, c'est-à-dire des savoirs socialement institués jouant un rôle privilégié de référence. Précisons alors que les conceptions concernant le savoir qui pourrait faire référence sont particulièrement variées, voire divergentes, sans doute autant que les conceptions des mathématiques elles-mêmes. Pour ces savoirs de référence, Conne renvoie donc explicitement à l'« ensemble de savoirs culturels mis en des formes très strictes ». D'autres, tel J.P. Ferrier, cherchant à définir Le Savoir Savant, ont tendance à nous renvoyer à un savoir beaucoup plus vaste :

" Le savoir savant lui-même est très difficile à cerner. Il comprend diverses acceptions de la plupart des notions, certaines pouvant être contradictoires. [...] Il comprend aussi l'histoire de toutes ces notions, les conditions de leur genèse étant aussi importantes que leur utilisation courante. Il déborde le cadre des mathématiques, en s'étendant déjà très largement vers la physique. Il est fait de rigueur et d'intuitions. Pour le définir intégralement, on devrait pouvoir interroger tous les mathématiciens ou autres scientifiques actuels, et ressusciter ceux des générations précédentes. Il faut beaucoup d'expérience et de recul pour parler du savoir savant, et à ce jeu certains sont mieux placés que d'autres. La richesse de ce savoir se perd beaucoup dans l'écriture des ouvrages, où, pour des raisons évidentes, on doit toujours privilégier un point de vue parmi d'autres. A ce sujet le contact direct avec des mathématiciens expérimentés apporte beaucoup plus que la lecture de leurs écrits."
Cette vision du « Savoir », et même si elle pointe des éléments incontournables de l'activité mathématique, institue un savoir idéal, inaccessible. Or, s'il faut pour l'école des savoirs de référence, il faut être vigilant sur les savoirs que l'on donne à voir comme savoirs de référence. En effet, alors qu'il n'y a pas coïncidence entre savoirs institués et savoirs socialement pertinents, savoirs institués et savoirs savants, ces savoirs institués jouent très souvent le rôle de savoirs idéaux et introduisent une ambiguïté dans les rapports sujet-connaissance-situation-savoirs. Dans notre étude, dans le cadre de la classe, les savoirs de référence évoqués seront autant que possible les savoirs-savants, au sens de Conne, et non des savoirs inaccessibles, inconnaisables. Revenons maintenant sur la question de la gestion des bascules connaissances/savoirs en situation didactique.

Pour Conne et Rouchier, c'est le couple dévolution/institutionnalisation qui traduit au niveau de la situation didactique les émergences de savoir : *"Je considère après Rouchier (1991) et (1996) que dévolution et institutionnalisation sont les deux facettes d'un même processus de conversions Savoir/Connaissance qui est continûment à l'oeuvre dans les situations."* (Conne, 2003, p.85)

L'une des fonctions des SDRP étant de mettre en évidence la diversité des connaissances et des savoirs en jeu, elles devraient être le lieu de l'observation de ces processus de conversions. Le travail autour des situations didactiques est souvent porté par une modélisation simplificatrice qui permet l'étude. Or une situation de recherche, par construction, doit permettre la mobilisation de connaissances diverses, la manipulation d'objets rendus familiers par l'usage pour favoriser un engagement dans la recherche. La dévolution des savoirs est alors nécessairement plurielle, facilitant l'entrée dans la situation, mais en complexifiant la gestion et la sortie. À la différence d'une situation que l'on pourrait penser construite autour d'un seul savoir, et qui envisagerait des mobilisations de connaissances plus restreintes, une SDRP dévolue donc de fait de nombreux savoirs, ceux du

réseau de savoirs associé au problème. Au sens défini par Margolinas (2004), les branches didactiques potentielles se multiplient. Pour autant, la prise de contrôle par les élèves de la situation doit aboutir à « *l'institutionnalisation par laquelle et pour laquelle s'effectue une confrontation à la culture* » (Rouchier, 1996, p.191). Mais, du fait de la diversité des connaissances en jeu, on ne peut imaginer immédiatement l'institutionnalisation d'un savoir synthétique. Les phases de formulation et de validation (au sens de la théorie des situations didactiques) vont permettre l'émergence de savoirs pragmatiques distincts. La situation doit alors prendre en charge ces savoirs multiples. Or, portés par un même problème, ces savoirs sont associés à des processus potentiellement convergents et doivent pouvoir amener la structuration de savoirs communs qui pourront faire référence pour chacun. L'institutionnalisation, nécessairement complexe, doit donc s'envisager plurielle, au moins dans un premier temps, avant qu'un travail de rapprochement de ces savoirs dans une structuration plus vaste soit mené. Précisons alors qu'une des limitations des SDRP ou plus précisément des Situations Didactiques de Recherche de Problème en classe de mathématiques résidera dans cette condition d'institutionnalisation dans le cadre de la classe. En effet, le problème proposé ne peut avoir une ampleur telle que les convergences nécessiteraient un dispositif didactique non compatible avec le temps de la classe.

Envisager la mise en œuvre de situations didactiques de recherche de problème en classe, ne vise pas à créer un bégaiement de l'histoire pour faire réinventer tous les savoirs dans des conditions aléatoires. Il s'agit de faire œuvre de diffusion de savoirs, en créant les conditions qui vont permettre leur émergence. L'observation de dialectiques connaissances/savoirs lors de genèses historiques, l'étude de la vie des savoirs avant leur transformation en savoirs institués doit permettre de pointer certaines caractéristiques de ces savoirs et de mieux comprendre les enjeux de la transposition de savoirs à réaliser pour faire vivre une situation de recherche de problèmes en classe. La mise en œuvre de ces situations doit alors permettre que, pour l'élève, le lien entre les savoirs pragmatiques vécus et le savoir culturel mathématique sera a minima amorcé, et dans le meilleur des cas établi, avec la perspective d'un transfert possible à d'autres situations. Des études historiques montrent toutefois qu'un même problème peut donner lieu à des conceptualisations totalement différentes. Ce n'est qu'une illustration d'une réalité incontournable qui fait que, même dans des conditions qui pourraient paraître identiques, deux individus ne produisent pas les mêmes savoirs mathématiques. La mise en œuvre de situations de recherche met alors en évidence ces différences, pointe la question des institutionnalisations et les difficultés potentielles de relations aux savoirs institués, difficultés qui restent trop souvent invisibles dans d'autres contextes. L'hypothèse que l'on peut faire est que les SDRP sont un des cadres les plus transparents pour mettre au jour ces différences au moment où elles se créent. Elles peuvent alors permettre l'identification et la confrontation de ces perceptions plurielles, l'institutionnalisation de savoirs communs, et, quand cela a du sens, un lien avec les savoirs institués.

4. Le rôle de l'enseignant

Nous ne nous plaçons pas ici à la frontière (connaissances, outils de l'individu) / (savoir d'une institution), dialectique encore très souvent retenue pour l'étude des systèmes didactiques mais bien dans l'épaisseur (connaissances, outils de l'individu) / (savoirs, prise de conscience de l'individu vers une culture commune). Ce jeu délicat fait intervenir un autre acteur, l'enseignant. Pour celui-ci, il s'agit de porter le projet didactique, de trouver les conditions satisfaisantes du processus de dévolution/institutionnalisation permettant la transformation du système de connaissances des élèves. Mais la posture est complexe entre sens, attribué par l'enseignant à la situation, sens que donnent les élèves à cette même situation et significations de l'objet d'étude dans la culture mathématique. Prendre comme point de vue celui des SDRP

nécessite de tenter un équilibre : La question du rapport entre sens et signification renvoie à la question difficile de la compréhension par l'enseignant du processus de problématisation des élèves. L'enseignant connaît une démarche, le sens qu'il lui attribue est traversé de part en part par la signification finale de l'objet [...]. A partir de là, saisir, ne serait-ce que des bribes du sens construit en situation par l'élève, ne pas le confondre avec le sens que lui, enseignant, attribue à la situation, suppose une position d'ouverture qu'il doit faire tenir avec une position de fermeture interprétative des actions des élèves (interpréter celles-ci du point de vue de la signification finale). Et cette position d'ouverture suppose une suspension de l'intention d'enseigner : il ne s'agit plus d'interpréter le sens de ce que font ou disent les élèves en terme de distance à la signification visée, mais de tenter d'entendre ce sens pour lui-même c'est-à-dire d'y retrouver la logique de questionnement propre à l'élève. C'est à cette condition seulement, que l'interprétation en termes de distance à la signification visée peut être pertinemment menée, car s'articulant à cette première distance entre sens donné à la situation par l'élève et sens donné par l'enseignant. Cela signifie que l'enseignant devrait être, au moins par moments, dans une situation indéterminée, confuse, obscure, non encore problématique. Il devrait donc déproblématiser une situation trop déterminée, avant de la reproblématiser plus adéquatement. On tombe sur un paradoxe ! Pour pouvoir guider le processus de problématisation des élèves, l'enseignant doit le comprendre. Cette compréhension lui impose de se dégager, et du sens qu'il attribue à la situation, et de la signification de l'objet de savoir en jeu, sens et signification qui, en même temps, sont les seuls outils épistémologiquement légitimes de contrôle du processus de l'élève ! " Concluons abruptement en disant que la spécificité du rapport sens-signification en situation d'enseignement et le paradoxe de sa gestion par l'enseignant, sont des signes de l'épaisseur d'une réalité didactique, épaisseur qu'aucune démarche, aussi problématisante ou constructiviste se prétendrait-elle ne saurait contourner. Tout au plus pouvons-nous apprendre à jouer dans les plis même de la tension entre enquête mathématique et enquête didactique " (Muller, 2006, p.121).

À ce paradoxe, proposons une conclusion plus optimiste et qui sera une de nos hypothèses de travail sur la rencontre des différents sens émergents en SDRP et les significations mathématiques. Chacun construisant son propre sens par ses propres actions on ne peut que constater une divergence en situation, mais pour autant tous ces sens cernent un même objet d'étude dont tous ont une expérience, certes personnelle, mais dans une culture globale et mathématique commune. Nous faisons l'hypothèse que la convergence des sens est possible, convergence qui permettra de renforcer cette culture. Et en relativisant le propos de Muller sur le fait que l'enseignant connaît la démarche, ce qui peut être réel pour certaines situations mais nettement moins certain en SDRP où l'enseignant n'a pas nécessairement une maîtrise totale, nous imaginons en SDRP que l'enseignant participe à, plus qu'il ne dirige, la construction de ce sens commun en veillant à la signification.