ITII - IUT Lyon 1 - UCBL 2019-2020

Examen de science des matériaux

CORRECTION

NOM et prénom :

Répondre sur la feuille exclusivement - durée : 1,5h

Documents et calculatrice autorisés

Donner toujours les expressions littérales avant les applications numériques

1 Propriétés mécaniques des matériaux (7 pts)

On réalise un essai de traction sur un fil de diamètre $d = 1$ mm d'un polymère technique de longueur initiale $l = 150$ mm. Les données expérimentales enregistrées lors de cet essai de traction sont :

- À la fin du domaine élastique, la force est $F_\mathrm{e} = 3{,}9$ N, la longueur du fil $l_\mathrm{e} = 225$ mm.
- Au maximum de la courbe brute de traction, $F_\mathrm{m} = 5$ N et $l_\mathrm{m} = 600$ mm.
- La rupture se produit sous une force $F_\mathrm{r} = 4{,}5$ N quand la longueur du fil est $l_\mathrm{r} = 1045$ mm.

1. À partir de ces données, tracer la courbe de traction contrainte-déformation en indiquant les valeurs des contraintes R_e, R_m, σ_r (à la rupture) et des taux de déformations correspondants ε_e, ε_m, ε_r en pourcents. **(3 pts)**

   0,5 pt par équation et valeur juste (total 2 points).

   1 pt pour courbe de traction parfaite (avec une rupture à σ_r et non R_e, avec des déformations indiquées avec des traits droits et pas en pente, sauf pour ϵ_R)

$$R_e = \frac{4F_e}{\pi d^2} = 4.9\,\text{MPa}; \qquad \epsilon_e = \frac{\ell_e - \ell}{\ell} = 50\% \tag{1}$$

$$R_m = \frac{4F_m}{\pi d^2} = 6.3\,\text{MPa}; \qquad \epsilon_e = \frac{\ell_m - \ell}{\ell} = 300\% \tag{2}$$

$$\sigma_r = \frac{4F_r}{\pi d^2} = 5.7\,\text{MPa}; \qquad \epsilon_e = \frac{\ell_e - \ell}{\ell} = 596\% \tag{3}$$

2. Calculer le module d'Young E. **(1 pt)**

$$E = \frac{4F_e}{\pi d^2}\frac{\ell}{\ell_e - \ell} = 9.9\,\text{MPa ou } 9.93\,\text{MPa ou } 10\,\text{MPa} \tag{4}$$

3. Calculer la déformation après rupture ε_R en pourcents. **(2 pts)**

$$\epsilon_R = \epsilon - r - \frac{\sigma_r}{E} = \frac{\ell_r - \ell}{\ell} - \frac{F_r}{F_e}\frac{\ell_e - \ell}{\ell} = 539\% \text{ ou } 540\% \tag{5}$$

4. Ce polymère est incompressible. Pour les petites déformations, on suppose souvent qu'un matériau incompressible a un coefficient de Poisson de $\nu = 0{,}5$. Sous cette hypothèse, calculer le diamètre du fil à la fin du domaine élastique (d_e), au maximum de contrainte (d_m) et à la rupture (d_r). Commenter. **(1 pt)**

   0.25 pt pour la formule littérale (fonction de ϵ ou de ℓ) et le premier résultat.

   0.25 pt pour au moins un des deux résultats négatifs.

   0.25 pt pour un commentaire pertinent, par exemple "le fil aurait dû rompre à diamètre nul".

   0.25 pt pour un commentaire juste : "l'hypothèse des petites déformations n'est pas valide".

$$d_e = (1 - \nu\epsilon_e)d = d\left(1 - \nu\frac{\ell_e - \ell}{\ell}\right) = 0.75\,\text{mm} \tag{6}$$

$$d_m = (1 - \nu\epsilon_m)d = d\left(1 - \nu\frac{\ell_m - \ell}{\ell}\right) = -0.5\,\text{mm} \tag{7}$$

$$d_r = (1 - \nu\epsilon_r)d = d\left(1 - \nu\frac{\ell_r - \ell}{\ell}\right) = -2\,\text{mm} \tag{8}$$

5. BONUS. Exprimer la dilatation Δ du fil en traction pure en fonction des taux de déformation longitudinaux et transverses ε et ε_t. En supposant que le volume du fil ne varie pas, calculez d_e, d_m et d_r. Comparer aux réponses de la question précédente. **(1 pt)**

$$\Delta = \frac{V - V_0}{V_0} = (1+\epsilon)(1+\epsilon_t)^2 - 1 \tag{9}$$

$$\Delta = 0 \Leftrightarrow \qquad \epsilon_t = (1+\epsilon)^{-1/2} - 1 \tag{10}$$

$$d_e = d(1-\epsilon_e)^{-1/2} \qquad = 0.82\,\text{mm} \tag{11}$$

$$d_m = d(1-\epsilon_m)^{-1/2} \qquad = 0.5\,\text{mm} \tag{12}$$

$$d_r = d(1-\epsilon_r)^{-1/2} \qquad = 0.38\,\text{mm} \tag{13}$$

Autre voie valide :

$$V = \frac{\pi}{4} d^2 \ell \qquad = 117.8\,\text{mm}^3 \tag{14}$$

$$d_e = \sqrt{\frac{4V}{\pi l_e}} \tag{15}$$

2 Défaillances en service (6 pts)

2.1 Fatigue

On s'intéresse à une pièce d'hélicoptère en alliage d'aluminium (courbe de Wöhler en figure 1).

1. Quelle est la durée de vie en fatigue N_f de cet alliage pour une amplitude de contrainte de 200 MPa ? Justifier graphiquement la durée de vie obtenue. **(0,5 pt)**
   1000 cycles.
2. Cette pièce est soumise en un mois aux cycles de contrainte suivants :
   – 8 cycles d'amplitude 200 MPa,
   – 1200 cycles d'amplitude 100 MPa.
   En détaillant votre réponse, indiquer le nombre de mois n pendant lesquels cette pièce peut être utilisée à ce régime avant sa rupture. **(2,5 pt)**
   $n = \dfrac{1}{n_1/N_{\mathrm{f}1} + n_2/N_{\mathrm{f}2}} = \dfrac{1}{8/1000 + 1200/600000} = 100$ mois.

2.2 Fatigue

Le comportement en fatigue de deux alliages peut être décrit par la loi de Basquin. Les constantes propres de ces alliages sont :

Alliage 1 : $a = 0{,}07$ et $C_1 = 200$ MPa,
Alliage 2 : $a = 0{,}1$ et $C_1 = 150$ MPa.

Pour une contrainte appliquée variant au cours du temps de part et d'autre d'une contrainte moyenne nulle et d'amplitude crête à crête de 100 MPa, lequel de ces alliages choisir pour avoir une pièce de plus grande durée de vie ? Détailler votre réponse. **(1 pt)**

Alliage 1 : $N_\mathrm{f} = \left(\dfrac{C_1}{\Delta\sigma}\right)^{\frac{1}{a}} = 20000$ cycles.

Alliage 2 : $N_\mathrm{f} = \left(\dfrac{C_1}{\Delta\sigma}\right)^{\frac{1}{a}} = 58$ cycles.

L'alliage 1.

2.3 Rupture fragile

Dans une installation industrielle, on inspecte des tôles épaisses afin de détecter des fissures internes pouvant provoquer une rupture brutale. Les appareils de contrôle envisagés utilisent des rayons X et ne peuvent pas résoudre des tailles ℓ en dessous de 1 mm. Ces tôles sont soumises à des contraintes σ de 480 MPa. Sachant que la ténacité du matériau K_c est de 53 MPa·m^{0,5}, cette technique de contrôle vous paraît-elle pertinente ? En ce qui concerne les fissures de surface, quelle résolution ℓ_s serait nécessaire pour la détection des fissures ? **(1 pt)**

La longueur critique interne est $\ell_c = 2a_c = 2\frac{K_c^2}{\pi\sigma^2} = 3.8\,\text{mm} > 1\,\text{mm}$ donc la technique est suffisante. Pour les fractures de surfaces, $\ell_c = a_c = 1.9\,\text{mm} > 1\,\text{mm}$ donc la résolution est toujours suffisante.

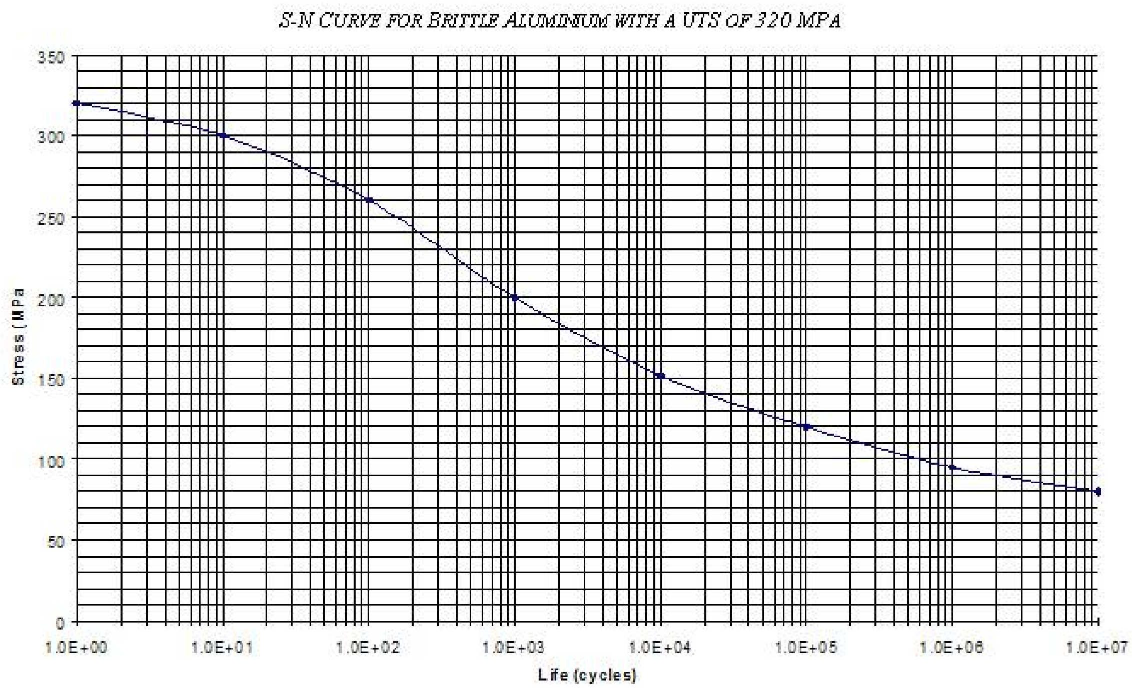


FIGURE 1 – Courbe de Wöhler d'un alliage d'aluminium

2.4 Rupture fragile

Le plateau en bois d'une table de salle de cours (de ténacité $K_c = 11$ MPa·m^{0,5}), de longueur $L = 0{,}9$ m, largeur $l = 70$ cm et épaisseur $e = 5$ cm est conçu pour supporter une charge de masse $M = 200$ kg. Un étudiant a gravé le plateau sur une profondeur p de 1 cm. En considérant en première approximation que l'effort appliqué à la table est purement en traction, y a t-il danger de rupture fragile du plateau ? Justifier. **(1 pt)**

$$a_c = \frac{1}{\pi}\left(\frac{K_c L l}{M g}\right)^2 = 4 \times 10^6\,\mathrm{m} \gg 1\,\mathrm{cm} \tag{16}$$

Alternativement

$$K = \frac{Mg}{Ll}\sqrt{\pi p} = 552\,\mathrm{Pa\,m}^{1/2} \ll K_c \tag{17}$$

Aucun risque.

J'ai accepté toute multiplication de deux longueurs comme définition de l'aire. Il n'y a aucun risque de rupture dans tous les cas. Par contre, j'ai mis zero à ceux qui font $L \times l \times e$ pour avoir une aire.

3 Choix de matériau pour un avion supersonique : le Blackbird SR-71 (7 pts)

On s'intéresse au choix de matériaux pour la voilure d'un avion supersonique espion fabriqué dans les années 1970 (vitesse Mach 3,5, altitude plafond 20000 m).

1. Dans un premier temps nous cherchons à minimiser la masse de l'avion. Pour cela, on considère que la voilure est assimilable à une plaque mince circulaire de rayon r et d'épaisseur e, dont la dimension r est imposée par les impératifs aérodynamiques et de signature radar. Lorsque l'aile sera en conditions de vol, il est impératif que le matériau choisi demeure dans son régime élastique.
   – Exprimer la masse de la voilure. **(0,5 pt)**
   $M = \rho\pi r^2 e$, avec ρ la masse volumique du matériau.
   – Par une démarche rigoureuse de sélection des matériaux, déterminer l'indice de performance associé au problème. On donne la contrainte maximale dans une plaque soumise à une charge distribuée p_0 (N/m^2) : **(1,5 pts)**

   $$\sigma_{\max} = \frac{p_0 r^2}{e^2}$$

   Fonction : pas de déformation plastique.
   Objectif : Masse M minimum.

Paramètres : fixes : r, p_0, ajustable : e, matériau : R_e, ρ.

Équations : 1) au pire $\sigma = R_e$ avec $\sigma = \dfrac{p_0 r^2}{e^2}$, 2) $M = \rho \pi r^2 e$.

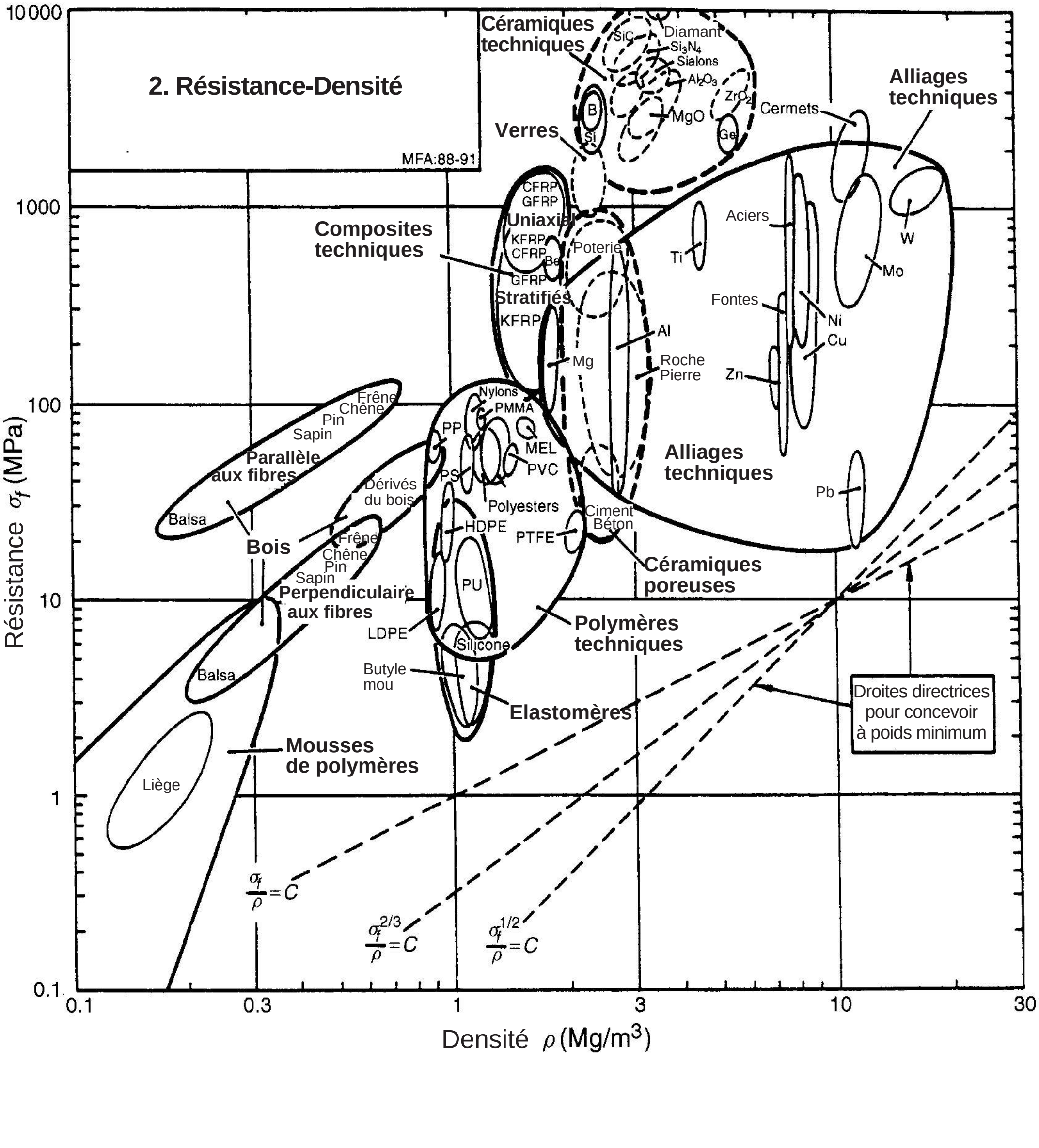
Fonction objectif : $M = \dfrac{\rho}{\sqrt{R_e}} \cdot \pi r^3 \sqrt{p_0}$.

Indice de performance : $I = \dfrac{\sqrt{R_e}}{\rho}$.

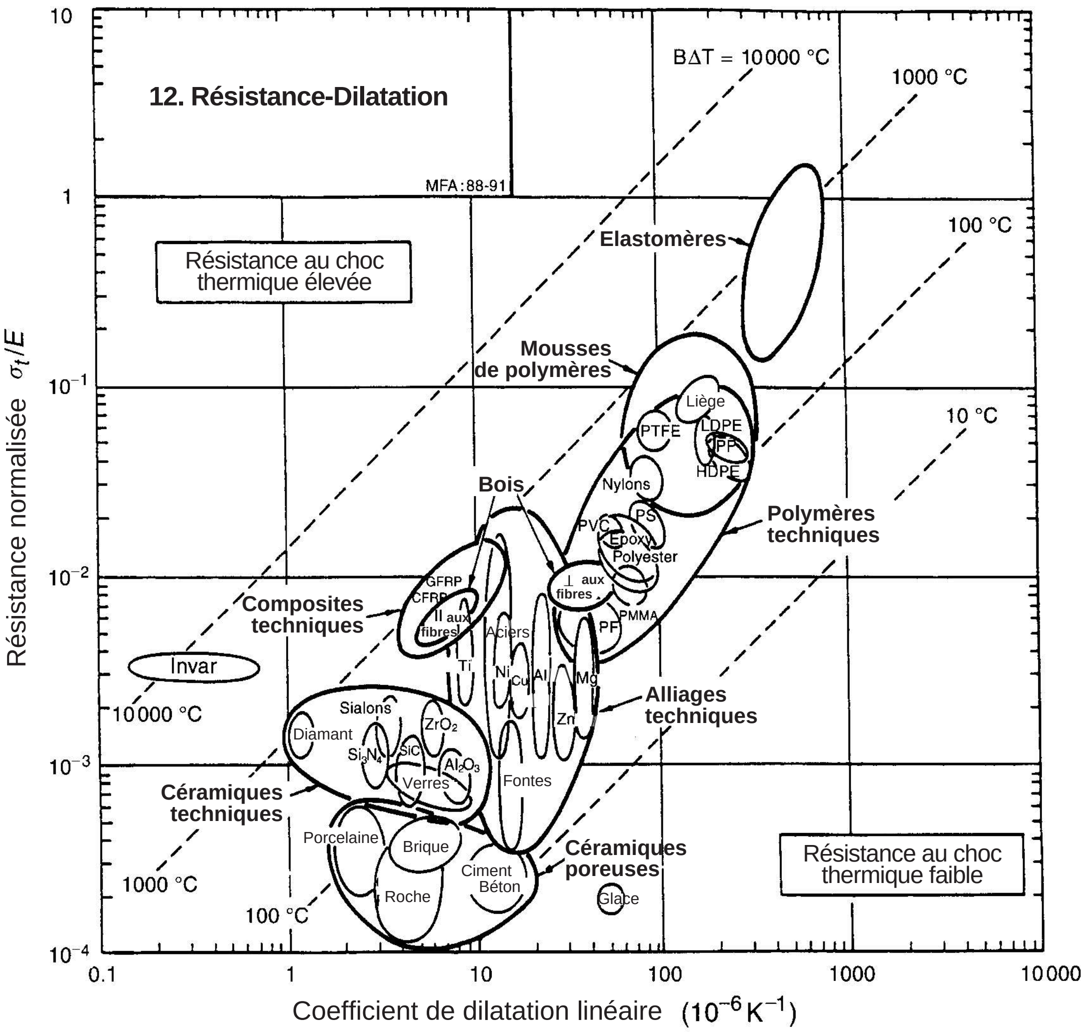
– Donner une liste ordonnée des 5 matériaux optimaux. **(0,5 pt)**
Abaque : $X = \log \rho$, $Y = \log R_e$, pente = 2, ordonnée à l'origine = $2 \log I$, droite la plus haute.
Matériaux : composites (à fibres de carbone, de verre, de kevlar), bois (balsa, pin, chêne), alliages (acier, Ti).

2. En pratique, étant donnée sa vitesse importante, le fuselage subit de forts échauffements avec des températures allant de 250 à 400 °C en fonction de la localisation (pour une température extérieure de −60 °C) ! Il s'ensuit de fortes contraintes internes dues aux phénomènes de dilatation. Dans ce problème, on considèrera l'aile composée de plaque carrées de $a = 1\,\mathrm{m}$ de côté et d'épaisseur e, assemblées de façon jointives. Comme indiquées précédemment, elles subissent une dilatation différentielle associée à un écart de température de $\Delta T = 150\,°\mathrm{C}$ entre les différents endroits.
   – Exprimer l'allongement Δa par dilatation d'un élément de voilure en fonction du coefficient de dilatation linéaire α (1/K) du matériau. On rappelle qu'α relie la déformation du matériau à la différence de température qui lui est imposée. **(1 pt)**
   $\Delta a = a\,\alpha\,\Delta T$.
   – Donner la contrainte élastique associée dans la plaque en supposant que celle-ci travaille en compression uniaxiale. **(1 pt)**
   $\sigma = E\,\alpha\,\Delta T$.
   – On impose comme précédemment que les contrainte ainsi générées restent dans le domaine élastique, avec un coefficient de sécurité s. On cherche à déterminer le matériau qui maximise ce coefficient de sécurité s. Donner l'indice de performance associé et déterminer la liste des ordonnées des 5 meilleurs matériaux. **(2 pts)**
   Fonction : pas de déformation plastique.
   Objectif : s maximum.
   Paramètres : fixes : a, ΔT, ajustable : e, matériau : R_e, α, E.
   Équations : 1) au pire $\sigma = \frac{R_e}{s}$ avec $\sigma = E\,\alpha\,\Delta T$, 2) idem.
   Fonction objectif : $s = \dfrac{R_e}{E\alpha} \cdot \dfrac{1}{\Delta T}$.
   Indice de performance : $I = \dfrac{R_e}{E\alpha}$.
   Abaque : $X = \log \alpha$, $Y = \log \frac{R_e}{E}$, pente = 1, ordonnée à l'origine = $\log I$, droite la plus haute.
   Matériaux : invar, élastomère, mousses, composites, aciers.

3. En pratique, ces contraintes internes pourraient conduire à un flambage des plaques et à une désintégration de l'aile. De ce fait, celles-ci sont assemblées à température ambiante de manière non-jointive. Sachant qu'une aile sert aussi de réservoir de carburant, qu'en pensez vous ? Quelle propriété du matériau doit être minimisée pour minimiser cet écart entre plaques ? **(0,5 pt)**
   Ça risque de fuir. Il faut minimiser E.



2. Résistance-Densité
MFA:88-91
Céramiques techniques
SiC
Diamant
Sialons
MgO
Cermets
Alliages techniques
Verres
B
Si
Ge
Composites techniques
CFRP
GFRP
Uniaxial
KFRP
Be
Stratifiés
Poterie
Aciers
Ti
W
Mo
Fontes
Ni
Cu
Al
Mg
Roche
Pierre
Zn
Nylons
PMMA
PP
MEL
PVC
PS
Polyesters
Frêne
Chêne
Pin
Sapin
Parallèle aux fibres
Balsa
Dérivés du bois
Bois
Perpendiculaire aux fibres
HDPE
PTFE
Ciment
Béton
Céramiques poreuses
Pb
PU
LDPE
Silicone
Polymères techniques
Butyle mou
Elastomères
Droites directrices pour concevoir à poids minimum
Mousses de polymères
Liège
$\frac{\sigma_f}{\rho} = C$
$\frac{\sigma_f^{2/3}}{\rho} = C$
$\frac{\sigma_f^{1/2}}{\rho} = C$
Résistance σ_f (MPa)
Densité ρ (Mg/m^3)


12. Résistance-Dilatation
MFA:88-91
BΔT = 10 000 °C
1000 °C
100 °C
10 °C
Résistance au choc thermique élevée
Résistance au choc thermique faible
Elastomères
Mousses de polymères
Liège
PTFE
LDPE
PP
HDPE
Nylons
Bois
Polymères techniques
PVC
PS
Epoxy
Polyester
⊥ aux fibres
PMMA
PF
GFRP
CFRP
II aux fibres
Composites techniques
Aciers
Ti
Ni
Cu
Al
Mg
Zn
Invar
Alliages techniques
Sialons
ZrO2
Diamant
Si3N4
SiC
Al2O3
Verres
Fontes
Céramiques techniques
Porcelaine
Brique
Ciment
Béton
Roche
Céramiques poreuses
Glace
Résistance normalisée σf/E
Coefficient de dilatation linéaire (10⁻⁶ K⁻¹)