

## **LE PROBLEME QUI DECHIRE**

**Collège Saint Thomas d'Aquin Veritas à Oullins**

**Classe de 3<sup>e</sup>, Pascale HALGAND**

Le "problème qui déchire", prévu pour clore la séquence « Arithmétique » avec ma classe de 3e, a été vécu pendant le confinement du printemps 2020 et a dû être adaptée au mode « travail à distance ». Il me paraissait toutefois intéressant de le proposer aux élèves, à la fois pour son côté ludique (déchirer du papier quand on est confiné, c'est faire des mathématiques autrement) et pour son potentiel, à la fois de recherche (les questions ne sont pas classiques) et de modélisation mathématique (comme tâche complexe en fin de séquence sur l'arithmétique).

Mon objectif était :

- De proposer une vraie situation de recherche aux élèves, car en confinement nous avons beaucoup travaillé par simples exercices d'application du cours ;
- De proposer une situation ludique qui vienne bousculer les codes de ces élèves ;
- De permettre d'ancrer les connaissances nouvellement acquises sur les diviseurs et nombres premiers

Le sujet a été envoyé aux élèves un "google doc", accompagné d'une vidéo de présentation proposée par Gilles Aldon ; la forme de réponse proposée aux élèves était assez libre, et la consigne donnait une semaine pour répondre aux questions.

Les élèves ont cherché, pour la plupart individuellement, même si certains binômes ont été identifiés à la correction ; plusieurs élèves m'ont interpellée pour savoir s'ils partaient sur une « bonne piste ». Un seul élève n'a répondu qu'à la première question et ne m'a pas sollicitée, s'arrêtant au « je n'ai pas compris ». Les productions sont variées :

- 13 élèves répondent aux questions directement dans le document
- 5 élèves ont utilisé un tableur
- 1 élève a envoyé une vidéo pour montrer sa démarche

Interrogés par sondage sur leur façon de procéder, deux tiers des élèves affirment avoir réellement déchiré du papier pour comprendre le mécanisme.

La plupart des productions sont incomplètes :

- L'hypothèse n'est pas poussée jusqu'au bout « ce sont tous les diviseurs de... », non accompagnée de la liste des diviseurs

- L'hypothèse n'est pas vérifiée « ce sont les découpes en 1, 2, 1009, 2018 qui permettent d'obtenir 2019 » !
- Le raisonnement est compris pour les découpes en 2,3,4, mais la recherche des autres découpes possibles conduit à une impasse.

Le recours à l'abstraction, même en fin de 3e, est difficile. Seulement 15 élèves (donc moins d'un sur deux) avancent une explication mathématique en faisant référence à un modèle (diviseur, mise en équation, suite).

Par ailleurs, même si 82% des élèves ont bien vu que « en découpant en 2, on ajoute un morceau de papier à chaque étape », seulement la moitié pense qu'on peut atteindre tous les nombres par ce type de découpe lorsqu'on les interroge par sondage à l'issue du travail.

Ce travail a permis de découvrir qu'en fin de 3e, un tiers des élèves ne maîtrise pas encore les bases de l'arithmétique : confusion diviseur/multiple, incapacité à lister tous les diviseurs d'un nombre (1 et le nombre lui-même sont souvent oubliés ; la recherche se fait de façon non systématique. Exemple : les diviseurs de 2019 sont 1, 673 et 2019, en oubliant 3 !), mauvaise perception des nombres premiers ( $2021 = 43 \times 47$  mais certains me le disent premier).

Du fait du grand nombre d'erreurs de calculs ou de raisonnement relevés, le travail à distance a été suivi d'une heure de travail en visioconférence ; nous avons, pendant cette heure, examiné plusieurs des réponses ou hypothèses qui avaient été posées, en essayant de voir leur validité. Nous avons également reprécisé la notion de « diviseur » et de « multiple », revu les critères de divisibilité et la façon de lister les diviseurs d'un nombre. Enfin, nous avons vu les 4 étapes de la recherche :

1. Manipulation 2. Formulation d'hypothèse 3. Modélisation mathématique 4. Vérification  
Ce travail en visio-conférence a permis de débattre des hypothèses formulées, de faire « toucher du doigt » aux élèves les erreurs de raisonnement ou de langage.

Cette expérimentation m'a permis de voir que les tâches complexes permettent de consolider les connaissances, ou de mettre en relief des connaissances trop imprécises (comme la notion de « diviseur » dans cet exemple). Par ailleurs, ce travail a mis en lumière les difficultés liées à la démarche de recherche elle-même : plusieurs élèves sont restés au stade de « manipulation passive », ils ont effectivement déchiré le papier mais n'ont pas mis en œuvre de modélisation, même partielle. D'autres ont avancé des hypothèses mais ne les ont pas vérifiées. La contrainte du travail à distance a probablement pénalisé cette démarche car il m'était moins facile de les stimuler pour aller plus loin dans leur raisonnement.