

Une réponse possible...

D'après les différents travaux rendus par les classes en début de collège, voici une réponse possible à cette fiction. Des choix sont faits, ils seront expliqués à chaque fois, toutefois il était possible d'en faire d'autres qui peuvent mener à un tout autre résultat...

Ce travail s'appuie sur les croquis des arbres imprimés sur feuille A5, mais cette méthode peut aussi être réalisée d'après les mesures obtenues sur les croquis des autres échelles (feuille A4 ou A3...)

1. Début du travail : Autour du tronc de l'arbre.

Le tronc mesure (environ, la précision de la mesure est à discuter en classe) 2,2 cm en 2013 puis 2,6 cm en 2014, et enfin 2,9 cm en 2015. Il n'est pas possible d'établir une croissance qui serait proportionnelle dans le temps, le pourcentage de croissance varie chaque année.

Mais la relance nous dit que l'on va considérer que cet arbre grandit de manière proportionnelle dans le temps, et que chaque constituant de l'arbre grandit de 10% par an. On fait le choix d'accepter cette conjecture, en pensant que, par exemple, les premières années, en raison du changement de lieu de vie, cette croissance a été un peu modifiée !

Pour passer d'une année à l'autre, il faut calculer :

$2,9 + 2,9 : 10 = 2,9 + 0,29 = 3,19$. On fera le choix d'arrondir ce résultat à 3,2 cm (précision au mm).

Tous les calculs sont placés dans un tableau, chaque résultat a été calculé avec la valeur exacte, seule la valeur approchée apparaît, mais on a fait le choix de travailler avec la calculatrice et les valeurs exactes pour éviter de commettre une erreur trop importante. Un autre choix aurait été d'arrondir par excès à chaque étape pour chaque année. (On arrive dans ce cas-là à un tronc de 6,5 cm)

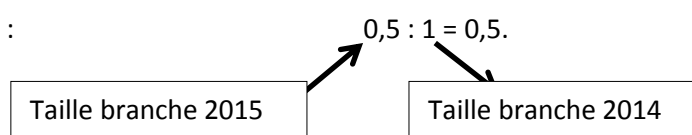
année	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023
Taille du tronc en cm.	2,9	3,2	3,5	3,9	4,2	4,7	5,1	5,7	6,2

Le tronc pourrait donc mesurer 6,2 cm en 2023.

2. Suite du travail : Autour des branches de l'arbre.

Là encore en utilisant les mesures des croquis, et en tenant compte de la précision de nos mesures, il apparaît que le taux de croissance de la nouvelle branche par rapport à celle qui la porte n'est pas proportionnel, on peut donc faire le choix de dire que le transfert de l'arbre a un peu modifié l'accroissement des branches. Ici, le choix de la croissance entre 2014 et 2015 a été celui choisi comme la référence qui sera utilisée pour aller jusqu'en 2023.

On a donc calculé :



On choisira donc que la nouvelle branche fera la moitié de la taille de celle qui la porte.

On a calculé comme pour le tronc les tailles de toutes les branches pour chaque année de croissance. Les résultats sont tous dans le tableau suivant, avec les mêmes choix que pour le tronc en ce qui concerne les erreurs d'arrondi. Les dernières années, il a été nécessaire de faire apparaître 2 décimales pour faire apparaître un changement, on peut faire des arrondis encore plus larges.

année	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023
Taille du tronc en cm.	2,9	3,2	3,5	3,9	4,2	4,7	5,1	5,7	6,2
Branches 2013	1,5	1,6	1,8	2	2,2	2,4	2,7	2,9	3,2
Branches 2014	1	1,1	1,2	1,3	1,5	1,6	1,8	1,9	2,1
Branches 2015	0,5	0,6	0,6	0,7	0,7	0,8	0,9	1	1,1
Branches 2016		0,3	0,3	0,4	0,4	0,4	0,5	0,5	0,6
Branches 2017			0,1	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,3
Branches 2018				0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,2
Branches 2019					0,05	0,05	0,06	0,07	0,07
Branches 2020						0,03	0,03	0,03	0,03
Branches 2021							0,02	0,02	0,02
Branches 2022								0,01	0,01
Branches 2023									0,01

Le résultat de 2023 est bien inférieur, mais comme la maturité de l'arbre est atteinte en 2023, on a quand même fait apparaître une petite branche cette année-là ! (encore un choix à faire)

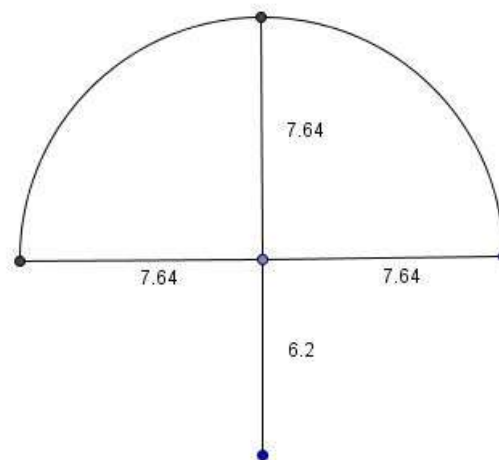
Dans la relance, il est dit que la serre sera de forme d'un pavé droit, le travail qui tient compte des angles de chaque branche devient très vite très complexe. Pour se simplifier la tâche, on peut faire le choix de penser que les branches s'éloigneront du tronc très rapidement si elles ne poussent que verticalement ou horizontalement pour cette serre.

On peut donc choisir de faire pousser les branches dans tous les sens mais de ne tenir compte de la grande branche droite qui ne sera faite qu'avec des petites branches horizontales qui partent vers la droite, même chose pour le côté gauche, et que la branche la plus haute de l'arbre sera constituée de petites branches successives et toutes verticales.

Il suffit donc d'ajouter toutes les dimensions des branches, en imaginant qu'elles poussent toutes dans la même direction :

$$3,2 + 2,1 + 1,1 + 0,6 + 0,3 + 0,2 + 0,07 + 0,03 + 0,02 + 0,01 + 0,01 = 7,64 \text{ cm.}$$

On peut donc en utilisant les choix de ce modèle prévoir un arbre de dimensions :



On peut donc prévoir une hauteur totale de 13,84 cm et une largeur de 15,28 cm.

En utilisant l'échelle de notre feuille A5, 2 cm représente 1 m, donc les probables dimensions réelles de cet arbre seront de 6 m 92 de haut et 7 m 64 de large, que l'on peut arrondir à 7 m de hauteur et 8 m de large pour être sûr de ne pas prévoir une serre trop juste.

On se laisse enfin une marge de 1 m autour de cette silhouette toujours d'après la relance, donc on obtient logiquement **une serre de 8 m de haut et de base carrée de côté 10 m.**

3. Pour ceux qui veulent compter les branches...

Certains voulaient obtenir le nombre de branches de cet arbre.

On peut faire le choix de dire que quand il y a des branches triples, elles donnent toujours une nouvelle branche triple à gauche et 2 nouvelles branches doubles au milieu et à droite. Si par contre c'est une branche double, alors elle donne toujours une nouvelle branche double à gauche et une nouvelle triple à droite. (C'est un arbre mathématique parfait)

② représente une branche double ; ③ une branche triple.

Année	Branches de l'année	Forme simplifiée	Total de branches de l'année.
2013	$1 \times \textcircled{3}$	$1 \times \textcircled{3}$	3
2014	$1 \times \textcircled{3} + 2 \times \textcircled{2} + 2 \times \textcircled{2}$	$1 \times \textcircled{3} + 2 \times \textcircled{2}$	7
2015	$1 \times [\textcircled{3} + 2 \times \textcircled{2}] + 2 \times [\textcircled{2} + \textcircled{3}]$	$3 \times \textcircled{3} + 4 \times \textcircled{2}$	17
2016	$3 \times [\textcircled{3} + 2 \times \textcircled{2}] + 4 \times [\textcircled{2} + \textcircled{3}]$	$7 \times \textcircled{3} + 10 \times \textcircled{2}$	41
2017	$7 \times [\textcircled{3} + 2 \times \textcircled{2}] + 10 \times [\textcircled{2} + \textcircled{3}]$	$17 \times \textcircled{3} + 24 \times \textcircled{2}$	99
2018	$17 \times [\textcircled{3} + 2 \times \textcircled{2}] + 24 \times [\textcircled{2} + \textcircled{3}]$	$41 \times \textcircled{3} + 58 \times \textcircled{2}$	239
2019	$41 \times [\textcircled{3} + 2 \times \textcircled{2}] + 58 \times [\textcircled{2} + \textcircled{3}]$	$99 \times \textcircled{3} + 140 \times \textcircled{2}$	577
2020	$99 \times [\textcircled{3} + 2 \times \textcircled{2}] + 140 \times [\textcircled{2} + \textcircled{3}]$	$239 \times \textcircled{3} + 338 \times \textcircled{2}$	1 393
2021	$239 \times [\textcircled{3} + 2 \times \textcircled{2}] + 338 \times [\textcircled{2} + \textcircled{3}]$	$577 \times \textcircled{3} + 816 \times \textcircled{2}$	3 363
2022	$577 \times [\textcircled{3} + 2 \times \textcircled{2}] + 816 \times [\textcircled{2} + \textcircled{3}]$	$1 393 \times \textcircled{3} + 1 970 \times \textcircled{2}$	8 119
2023	$1393 \times [\textcircled{3} + 2 \times \textcircled{2}] + 1970 \times [\textcircled{2} + \textcircled{3}]$	$3 363 \times \textcircled{3} + 4 756 \times \textcircled{2}$	13 601

Pour trouver le nombre de branches de cet arbre, il faut ajouter toutes les branches de toutes ces années ; ce qui nous donne :

$$3 + 7 + 17 + 41 + 99 + 239 + 577 + 1\,393 + 3\,363 + 8\,119 + 13\,601 = 27\,459$$

L'idée de commencer une représentation précise de l'arbre peut être intéressante, mais en regardant ce résultat avec un peu d'attention, on peut essayer de représenter les premières années, mais après 2018 cela devient compliqué, même avec un logiciel, sans parler du travail à faire sur les angles !

Dans les programmes :	Dans la fiction des arbres :
<ul style="list-style-type: none"> • Proportionnalité 	
<ul style="list-style-type: none"> - Echelles (Réduction, agrandissement) 	Travail sur l'échelle des croquis, et possibles agrandissements et réductions de l'image d'origine. (utilisation du photocopieur...)
<ul style="list-style-type: none"> - Tableaux de proportionnalité 	Mesure des dimensions du tronc dans un tableau, calcul des tailles du tronc pour les années à venir jusqu'en 2023.
<ul style="list-style-type: none"> - Pourcentages 	Calculer 10% de..., mesurer le pourcentage de la nouvelle branche par rapport à la branche qui la porte... (par exemple 50%, la moitié de ...)
<ul style="list-style-type: none"> - Fonctions linéaires 	Lecture des hauteurs des arbres sur les croquis, création d'un graphique et anticipation de la hauteur en utilisant un modèle mathématique. (par lecture graphique par exemple, par calcul d'une ordonnée en fonction d'une abscisse connue, 2023...)
<ul style="list-style-type: none"> - Théorème de Thalès 	Chaque arbre étant vertical, on peut trouver du parallélisme et ainsi une suite de situations de Thalès pour lesquelles on peut faire des calculs de proportionnalité afin de trouver la taille de l'arbre pour une année donnée.
<ul style="list-style-type: none"> • Calcul de moyennes 	Mesures de toutes les branches d'une même génération, moyenne de taille, moyenne de croissance...
<ul style="list-style-type: none"> • Angles 	Mesures d'angles sur les croquis, bissectrices, symétrie axiale...
<ul style="list-style-type: none"> • Manipulation des arrondis, majorations/encadrements 	Arrondir après un calcul de pourcentage, prendre une valeur exacte jusqu'à la dernière année de croissance, quelle précision pour quelle mesure, choix de l'unité. Approcher une valeur par excès, encadrer une valeur au ... près. Encadrer, majorer, minorer...
<ul style="list-style-type: none"> • Calculs d'aires, de périmètres 	Aire du rectangle, du disque, de portions de cercles, calcul des périmètres qui correspondent à chaque modèle choisi.
<ul style="list-style-type: none"> • Solides (Sphères, parallélépipède rectangle) 	Formes possibles pour l'arbre, approche avec des solides connus.
<ul style="list-style-type: none"> • Volumes 	Même travail que pour les aires et périmètres mais en 3D.
<ul style="list-style-type: none"> • Probabilités 	Probabilité d'apparition de branches doubles ou triples pour chaque année (en lien avec le dénombrement).
<ul style="list-style-type: none"> • La prise d'initiative (choix des angles, de 	Choix de modèles mathématiques : taux de croissance de 10% par an

progression annuelle des tailles des branches...)	pour les branches, nouvelle branche mesurant 50% de la branche support, Choix de symétrie pour les angles ou pas, pousse maximale avec des branches horizontales ou verticales comme étant celles qui s'éloignent le plus du sommet du tronc, point central qui permet de prévoir la silhouette de l'arbre.
• Dénombrement	Calcul du nombre de branches pour chaque année, du nombre de branches en tout sur l'arbre...
• Utilisation graphiques	Tracer le graphique des hauteurs des arbres, reconnaître une fonction linéaire, affine ou autre.
• Pythagore et trigonométrie	Calcul des hauteurs des nœuds de l'arbre.
• Organisation et gestion des données	Création de tableaux, représentation des données, utilisation d'un tableur.
• Gestion d'objets complexes et formulation des règles de croissance.	Mobiliser et articuler différentes connaissances dans un même problème. Expliciter des règles de croissance pour lever les ambiguïtés et préciser le modèle de croissance choisi.

Chercher	Extraire l'information, reformuler, organiser. S'engager dans une démarche. Tester, essayer
Modéliser	Traduire en langage mathématique une situation réelle Comprendre et utiliser une simulation numérique ou géométrique
Représenter	Choisir et mettre en relation des cadres (numérique, algébrique, géométrique). Utiliser produire et mettre en relation des représentations de solides et de situations spatiales (schéma, croquis, patron).
Raisonner	Résoudre des problèmes impliquant des grandeurs variées. Mener collectivement une investigation en sachant prendre en compte le point de vue d'autrui. Démontrer. Fonder et défendre ses jugements en s'appuyant sur des résultats établis et sur sa maîtrise de l'argumentation.
Calculer	Calculer avec des nombres rationnels, de manière exacte ou approchée. Calculer en utilisant un langage algébrique
Communiquer	Faire le lien entre le langage naturel et le langage algébrique. Expliquer à l'oral ou à l'écrit (sa démarche, son raisonnement, un calcul ...).