Extrait cahier d’élève

3ème2

Collège Emile Zola, Belleville, 2018-2019

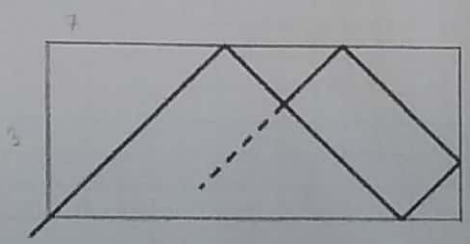
Problème n°1 : Le billard

Le problème du billard

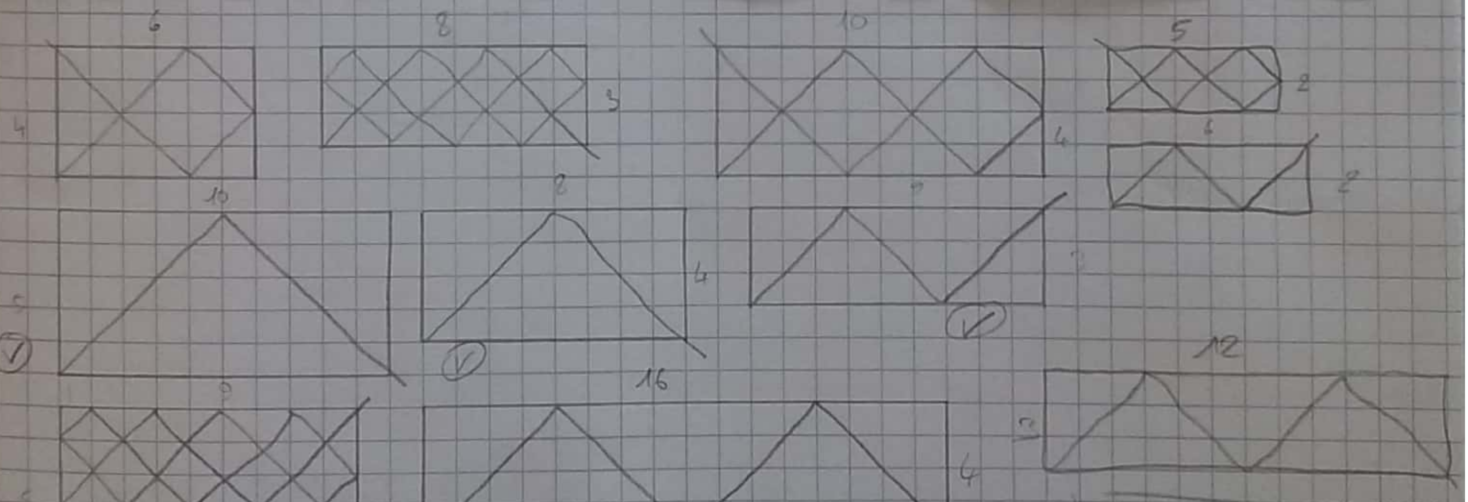
On considère un billard de forme rectangulaire qui est quadrillé de façon régulière (c'est-à-dire qu'il a un nombre entier de lignes et un nombre entier de colonnes).

Au 4 sommets du billard il y a une ouverture qui permet d'envoyer un rayon lumineux le long des diagonales du quadrillage. Le rayon lumineux « rebondit » sur les côtés du rectangle et ne peut sortir du billard que s'il arrive sur un des 4 sommets.

Un exemple :



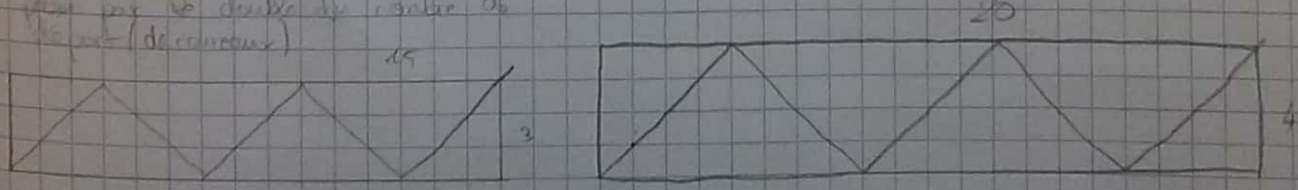
Existe-t-il un moyen de déterminer à l'avance le nombre de carreaux traversés par le rayon lumineux dans le billard en fonction du nombre lignes et du nombre de colonnes ?



passe par 12 carreaux

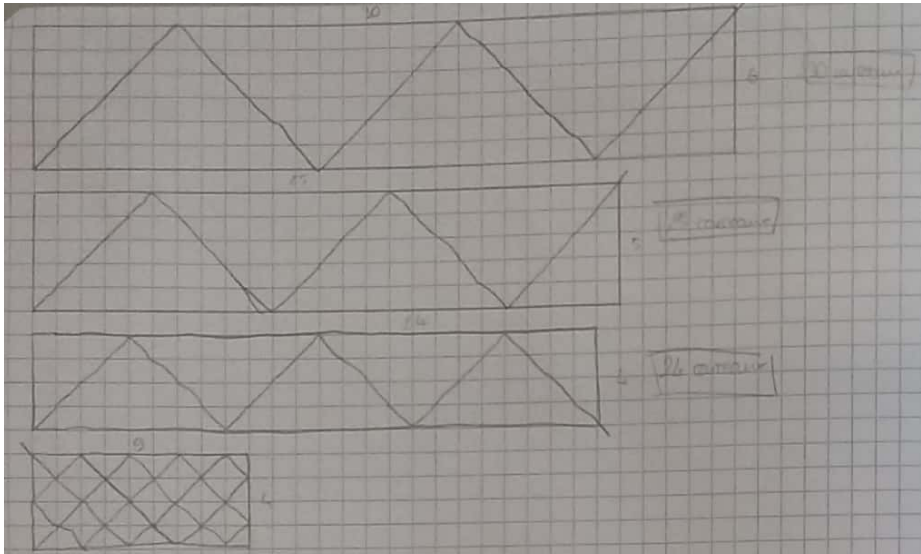
nombre au nombre² / nombre de carreaux = nombre²

quand il y a un nombre est doublé, le rayon lumineux passe par le double du nombre de départ (de carreaux)



passe par 15 carreaux

passe par 20 carreaux



Conjecture n° 1 : le double

Bilan de la recherche :

- Un carré est un rectangle particulier, on peut donc choisir un billard de forme carré
- Être multiple d'un nombre c'est appartenir à la table de multiplication de ce nombre.

Conjecture validée: Si la longueur est un multiple de la largeur, alors le nombre de carreaux traversés est la longueur (on découpe le rectangle en plusieurs carrés alignés)

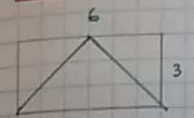
Conjectures à valider :

1) Si le nombre de lignes ou le nombre de colonnes est impair, alors le nombre de carreaux est : Longueur x largeur
2) Si le nombre de lignes et le nombre de colonnes sont pairs, alors le nombre de carreaux est : (Longueur x largeur) / 2

I- Vérification des conjectures :

Pour prouver qu'une conjecture est fausse, il faut trouver un contre-exemple.

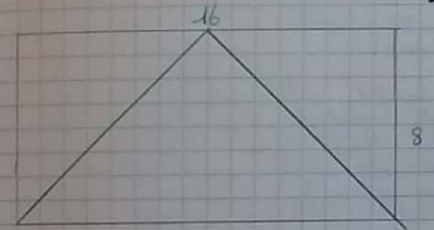
Contre-exemples :
- longueur : 6 ; largeur : 3
  ⟶ le nombre de carreaux : $6 \neq 6 \times 3$

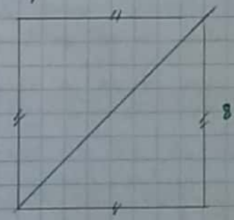


- longueur : 10 ; largeur : 5
  ⟶ le nombre de carreaux : $10 \neq 10 \times 5$
- longueur : 15 ; largeur : 9
  ⟶ le nombre de carreaux : $45 \neq 15 \times 9$

Contres-exemples pour la conjecture n° 2 :

- $L = 16$; $l = 8$ → 16 carreaux traversés / $\frac{16 \times 8}{2} = 64$





- $L = 8$; $l = 8$ → 8 carreaux traversés / $\frac{8 \times 8}{2} = 32$

  Elle est fausse.

II - Solutions du problème :

On sait trouver le nombre de carreaux traversés quand la longueur est multiple de la largeur.

Il faut trouver une méthode dans les autres cas.

longueur — 1er cas : le rayon passe par tous les carreaux : largeur

(7 ; 3) (23 ; 7) (9 ; 4) (7 ; 2) (11, 8) (8 ; 3)

2ème cas : tous les carreaux ne sont pas traversés mais la longueur n'est pas multiple de la largeur.

(10 ; 8)	(6 ; 4)	(28 ; 16)	(36 ; 30)	(10 ; 6)	(15 ; 9)
↳ N = 40	↳ N = 12	↳ N = 112	↳ N = 180	↳ N = 30	↳ N = 45

Piste : chercher, dans chaque exemple, le(s) diviseur(s) commun(s) à la longueur et à la largeur.

Division euclidienne :

Dividende	diviseur
	quotient
reste	

- dividende = diviseur × quotient + reste
- reste < diviseur

On dit qu'un nombre entier est un diviseur d'un autre nombre entier si le reste de la division euclidienne est nul.

Exemple : $6 = 2 \times 3$ donc 3 est un diviseur de 6.

$21 = 3 \times 7$ donc 7 est un diviseur de 21.

- Dans le 1er cas, il n'y a qu'un diviseur commun : c'est 1.
- Dans le 2ème cas, il y a plusieurs diviseurs communs.

- (36, 30) diviseur de 36 : 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36
  diviseur de 30 : 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30
- (6, 4) diviseur de 6 : 1, 2, 3, 6
  diviseur de 4 : 1, 2, 4
- (72, 54) diviseur de 72 : 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72
  diviseur de 54 : 1, 2, 3, 6, 9, 18, 27, 54

Formule pour calculer le nombre de carreaux traversés :

$$\frac{\text{longueur} \times \text{largeur}}{\text{plus grand diviseur commun}}$$

↳ Formule admise

Exercice : dans chaque billard, dire combien il y aura de carreaux traversés en justifiant par un calcul.

1) (27 ; 18) : $\frac{27 \times 18}{9} = 54$ 54 carreaux traversés.

2) (99 ; 11) : $\frac{99 \times 11}{11} = 99$ 99 carreaux traversés.

3) (28 ; 33) : $\frac{28 \times 33}{1}$ 924 carreaux traversés.

- (7 920 ; 3276) : diviseurs de 7 920 : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 15, 16, 18, 20, 22, 24, 30, 33, 36, 40, 44, 45, 48, 55, 60, 66, 72, 80, 88, 90, 99, 110, 120, 132, 144, 165, 176, 180, 198, 220, 240, 264, 330, 360, 396, 440, 495, 528, 660, 720, 792, 880, 990, 1320, 1584, 1980, 2640, 3960, 7920

  diviseurs de 3276 : 1, 2, 3, 4, 6, 7, 9, 12, 13, 14, 18, 21, 26, 28, 36, 39, 42, 52, 63, 78, 84, 91, 117, 126, 156, 182, 234, 252, 273, 364, 468, 546, 819, 1092, 1638, 3276.

III - Rechercher les diviseurs d'un nombre entier :

Méthode de décomposition en produit de nombres premiers

7920
$= 792 \times 10$
$= 2 \times 396 \times 2 \times 5$
$= 2 \times 44 \times 9 \times 2 \times 5$
$= 2 \times 4 \times 11 \times 3 \times 3 \times 2 \times 5$
$= \boxed{2 \times 2 \times 2 \times 11 \times 3 \times 3 \times 2 \times 5}$
$= \boxed{2^4 \times 3^2 \times 5 \times 11}$

↳ décomposition en produit de nombres premiers

3276
$= 364 \times 9$
$= 182 \times 2 \times 3 \times 3$
$= 91 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$
$= 13 \times 7 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$
$= 2^2 \times 3^2 \times 7 \times 13$

plus grand diviseur commun : $2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$

PGCD (7 920 ; 3276) = 36

Définition d'un nombre premier :

C'est un nombre entier qui n'a que deux diviseurs : 1 et lui-même.

ex. 2, 3 ; 5

6 n'est pas un nombre premier car 6 à quatre diviseurs : 1, 2, 3 et 6.

Ex 43 p 27 :

~~1~~, 13, 5, 37

Ex 43 p 27 :

47, 23

Exercice :

1) Trouver la décomposition en facteurs premiers de 350 et 180.
2) En déduire le PGCD de 350 et 180.

350
$= 35 \times 10$
$= 7 \times 5 \times 2 \times 5$
$= 5^2 \times 2 \times 7$

180
$= 18 \times 10$
$= 9 \times 2 \times 2 \times 5$
$= 2^2 \times 5 \times 9$

PGCD $(350 ; 180) = 2 \times 5 = 10$

Ex 49 p. 27 :

a. 96
$= 32 \times 3$
$= 8 \times 4 \times 3$
$= 2 \times 4 \times 4 \times 3$
$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$
$= 2^5 \times 3$

b. 97 est un nombre premier.

c. 840
$= 84 \times 10$
$= 21 \times 4 \times 5 \times 2$
$= 7 \times 3 \times 2 \times 2 \times 5 \times 2$
$= 2^3 \times 3 \times 5 \times 7$

d. 3 150
$= 315 \times 10$
$= 63 \times 5 \times 5 \times 2$
$= 7 \times 9 \times 5 \times 5 \times 2$
$= 7 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 2$
$= 3^2 \times 5^2 \times 2 \times 7$

e. 1 024
$= 256 \times 4$
$= 2^{10}$

f. 36×15
$= 9 \times 4 \times 5 \times 3$
$= 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$
$= 3^3 \times 2^2 \times 5$

1) PGCD $(1024 ; 840) = 2 \times 2 \times 2 = 8$

2) PGCD $(36 \times 15 ; 96) = 2 \times 2 \times 3 = 12$

3) PGCD $(3150 ; 840) = 2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210$

Ex 54 p. 28 :

a) Il pourra faire 2 bouquets car 2 divise 30 et 24 mais il ne pourra pas faire 4, ni 5 bouquets car 4 ne divise pas 30 et 5 ne divise pas 24.

Nombre de bouquets	Nombre de marguerites par bouquet	Nombre de tulipes par bouquet
2	15	12
3	10	8
6	5	4

Ex 56 p. 28 :

a) 840
$= 84 \times 10$
$= 28 \times 3 \times 5 \times 2$
$= 7 \times 4 \times 3 \times 5 \times 2$
$= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7$
$= 2^3 \times 3 \times 5 \times 7$

1176
$= 392 \times 3$
$= 196 \times 2 \times 3$
$= 98 \times 2 \times 2 \times 3$
$= 49 \times 2 \times 3 \times 2 \times 2$
$= 7 \times 7 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$
$= 2^3 \times 7^2 \times 3$

b) 21 est un diviseur commun à 840 et 1176.
Il pourra faire 21 lots.
$840 \div 21 = 40$
$1176 \div 21 = 56$
Chaque lots sera composé de 40 financiers et 56 macarons.

c) PGCD $(840 ; 1176) = 168$.
$840 \div 168 = 5$
$1176 \div 168 = 7$. Il peut faire 168 lots de 5 financiers et 7 macarons.

Ex 51 p. 27.

a) • $\frac{265}{80} = \frac{53 \times \cancel{5}}{16 \times \cancel{5}} = \boxed{\frac{53}{16}}$ • $\frac{999}{111} = \frac{9 \times \cancel{111}}{1 \times \cancel{111}} = \boxed{9}$

• $\frac{500}{77}$ • $\frac{19}{23}$

• $\frac{64}{105}$

b) $\frac{8\,820}{74\,250} \overset{\div 90}{=} \boxed{\frac{98}{825}}$

PGCD $= 2 \times 3 \times 3 \times 5 = \underline{\underline{90}}$

c) $5082 = 2 \times 3 \times 7 \times 11 \times 11$

$3960 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 11$

PGCD $(5082 ; 3960) = 2 \times 3 \times 11$

$= \underline{\underline{66}}$

$\frac{5082}{3960} \overset{\div 66}{=} \boxed{\frac{77}{60}}$

Pour rendre une fraction irréductible, il faut simplifier par le PGCD du numérateur et du dénominateur.

IV - Reconnaître les nombres premiers :

Crible d'Erathostène :

-> 2 est premier. On élimine tous les multiples de 2.

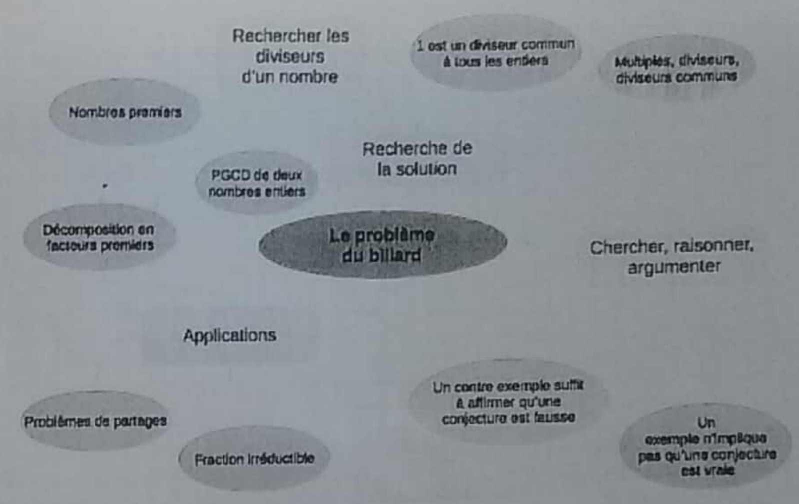
-> 3 est premier. On élimine tous les multiples de 3.

-> 5 est premier. On élimine tous les autres multiples de 5.

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~
~~51~~	~~52~~	53	~~54~~	~~55~~	~~56~~	~~57~~	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	~~63~~	~~64~~	~~65~~	~~66~~	67	~~68~~	~~69~~	~~70~~
71	~~72~~	73	~~74~~	~~75~~	~~76~~	~~77~~	~~78~~	79	~~80~~
~~81~~	~~82~~	83	~~84~~	~~85~~	~~86~~	~~87~~	~~88~~	89	~~90~~
~~91~~	~~92~~	~~93~~	~~94~~	~~95~~	~~96~~	97	~~98~~	~~99~~	~~100~~

Tous les nombres entourés sont les nombres premiers inférieurs à 100.

Synthèse de l'étude du problème



Culture et informations mathématiques actuelles

La conjecture de Goldbach est une assertion mathématique **non démontrée** qui s'énonce comme suit :

Tout nombre entier pair supérieur à 3 peut s'écrire comme la somme de deux nombres premiers.

A l'heure actuelle, personne n'a réussi à démontrer cette conjecture.

D'autres problèmes plus importants ont une récompense de 1 000 000 $ (voir la liste des problèmes du prix du millénaire)

Le jeu de Juniper-Green

~~1~~	~~2~~	~~3~~	~~4~~	5
~~6~~	7	~~8~~	9	10
11	~~12~~	13	14	15
~~16~~	17	18	~~19~~	20
21	22	23	~~24~~	25

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Extrait cahier d’élève

3ème5

Collège Emile Zola, Belleville, 2018-2019

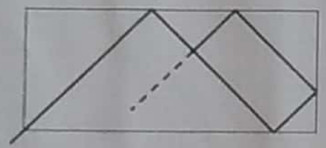
Problème n°1
le billard

Le problème du billard

On considère un billard de forme rectangulaire qui est quadrillé de façon régulière (c'est-à-dire qu'il a un nombre entier de lignes et un nombre entier de colonnes).

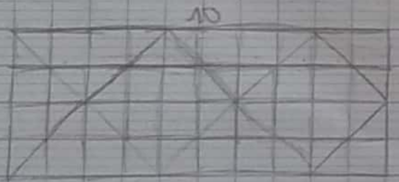
Au 4 sommets du billard il y a une ouverture qui permet d'envoyer un rayon lumineux le long des diagonales du quadrillage. Le rayon lumineux « rebondit » sur les côtés du rectangle et ne peut sortir du billard que s'il arrive sur un des 4 sommets.

Un exemple :

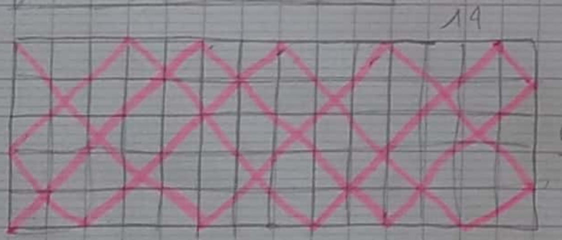


Existe-t-il un moyen de déterminer à l'avance le nombre de carreaux traversés par le rayon lumineux dans le billard en fonction du nombre lignes et du nombre de colonnes ?

21 8



40 5



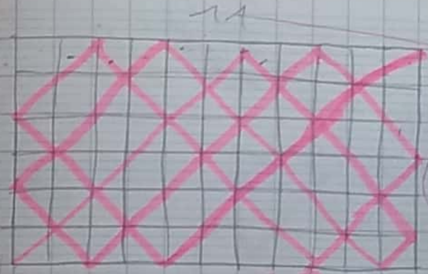
$13 \times 5 = 65$

60 13

13×5 = 68

~~5 × 13~~

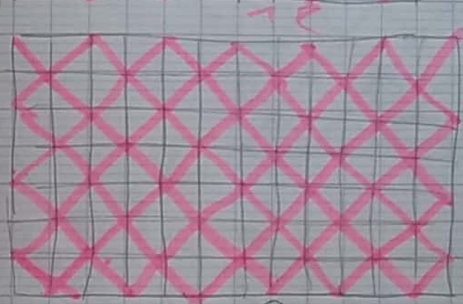
65



6×2 66

12 rebonds

$17 \times 7 = 119$ *



$12 \times 7 = 84$

84

119

17 rebonds

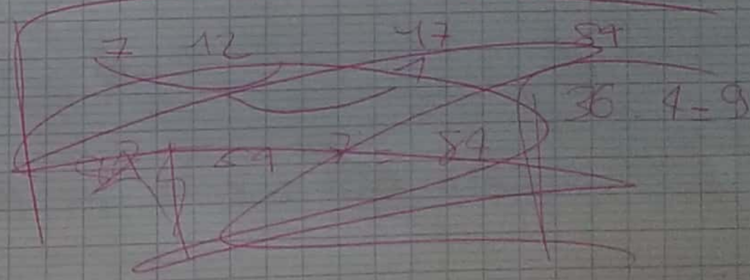
9 × 3

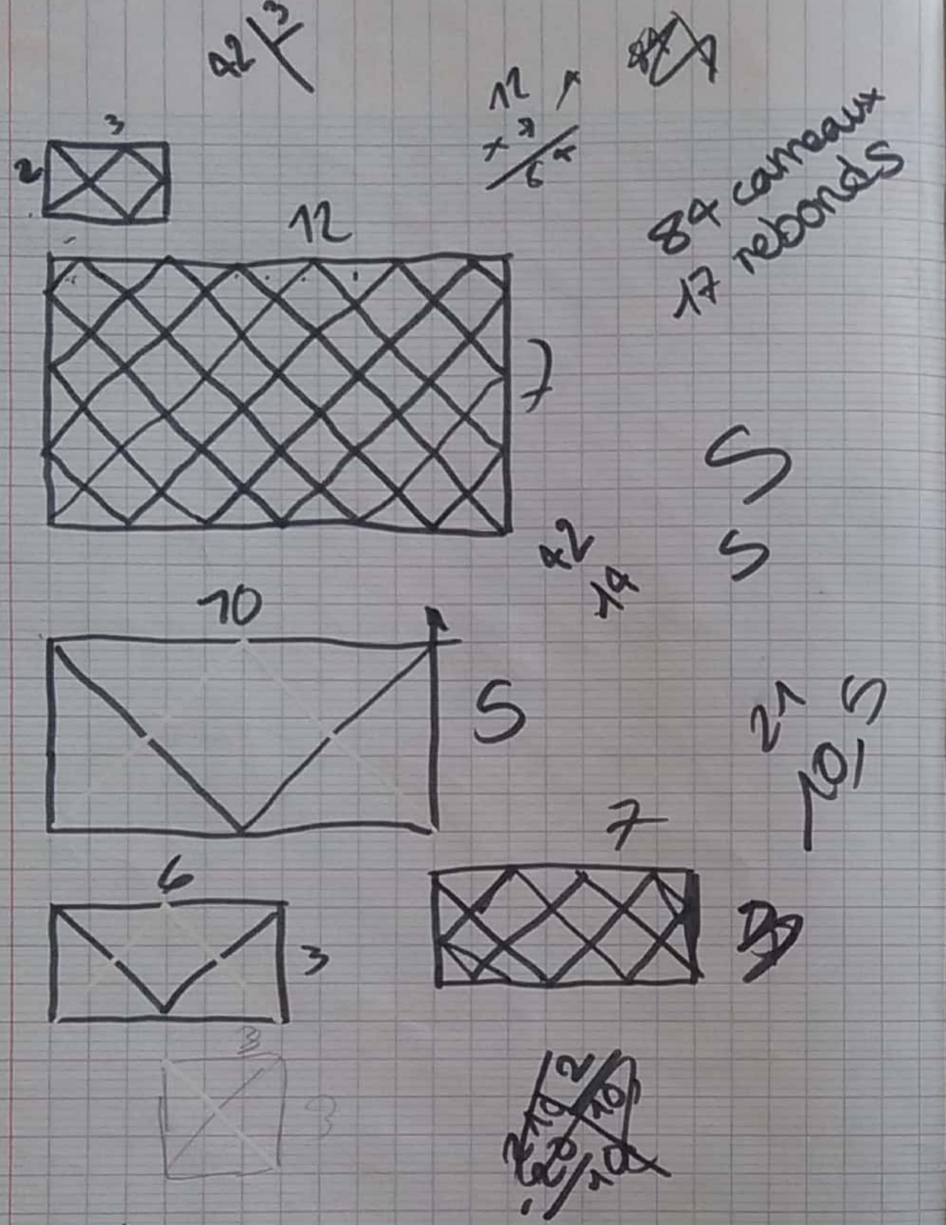
36

12 rebonds

Conjecture : Si le nombre de colonnes ou de lignes est impaire, alors le rayon lumineux passera dans tte les cases

119 | 12





côté qui est la moitié de l'autre

Bilan de la recherche

* On peut caractériser les nombres entiers à l'aide des mots : pair, impair, multiple...

* Un carré est un rectangle particulier (qui font tous les deux parties de la famille des parallélogrammes)

Liste des conjectures émises :

n°1 : Si la longueur est le double de la largeur, alors le nombre de carreaux traversés est la longueur.

n°2 : Si la longueur ou la largeur est impair, alors tous les carreaux sont traversés : longueur x largeur.

n°3 : Si c'est un carré, alors le nombre de carreaux traversés est la longueur.

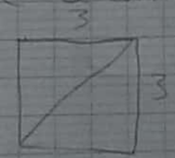
n°4 : Si la longueur et la largeur sont pairs, alors on fait $\frac{\text{longueur} \times \text{largeur}}{2}$

n°5 : Si la longueur est multiple de la largeur, alors le nombre de carreaux traversés est la longueur

* La conjecture n°1 est vraie car si on prend $L = 10$ et $\ell = 5$, le nombre de carreaux traversés est 10.

* La n°2 est vraie car si on prend $L = 7$, $\ell = 3$ ($7 \times 3 = 21$) le nombre de carreaux traversés est 21.

* La n°3 est vraie :



* La conjecture n°4 est vraie car

$\frac{4 \times 2}{2} = 4$

* La n°5 est

I Vérification des conjectures émises

Pour montrer qu'une conjecture est fausse, il faut trouver un contre exemple

Trouver un contre exemple pour la conjecture n°2 :
↳ pair / impair (10 ; 5) ou (6 ; 3) ou (14 ; 7)
↳ impair / impair (3 ; 3) ou (9 ; 3)
= conjecture n°2 fausse

- La conjecture n°3 est vraie
↳ preuve : Comme le rayon suit les diagonales du quadrillage, il va traverser suivant la diagonale du carré

- La conjecture n°5 est vraie
↳ preuve on utilise la conjecture n°3
Chaque rectangle va être ~~...~~ partagé en plusieurs carrés alignés

- La conjecture n°1 est un cas particulier de la conjecture n°5, elle est donc vraie

- Conjecture n°4 : FAUSSE
↳ contre exemple : un carré de côté 4
il y a 4 carreaux traversés, et la formule donne : $\frac{4 \times 4}{2} = 8$

II Solution du problème

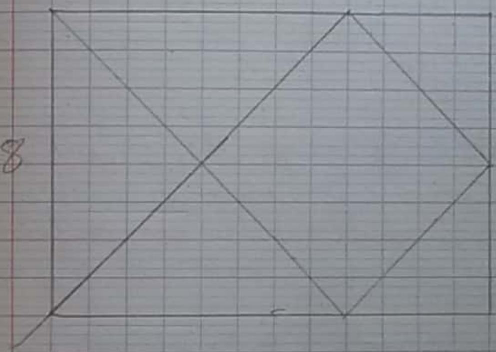
On sait deviner le nombre de carreaux traversés quand la longueur est multiple de la longueur

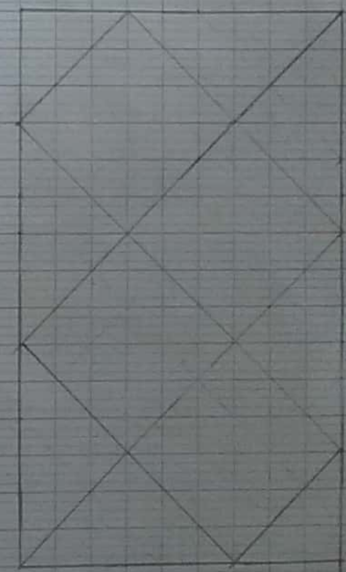
Dessiner les billards suivants et compter le nombre de carreaux traversés :

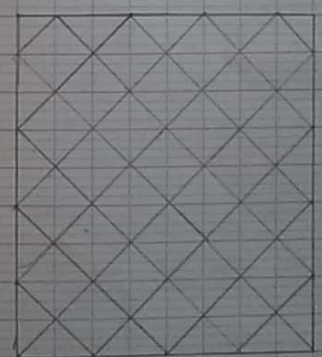
1. (5 ; 3) 15 carreaux
2. (12 ; 8) 24 carreaux
3. (15 ; 9) 45 carreaux
4. (9 ; 8) 72 carreaux

5

3

12

8

3

15


9
8

25 5
16 : 8, 4, 2

15 5,3,
9 : 3

6 : 3, 2
4 : 2

15 : 5, 3
6 : 3, 2

24 : 2, 4, 8, 3, 6, 12, 1
16 : 8, 1

- (7 ; 2) -> 14 carreaux
- (25 ; 16) -> 400 carreaux
- (5 ; 3) -> 15 carreaux

Tous les carreaux sont traversés

Il n'y a que 1 comme diviseur commun
↳ Ce sont des nombres premiers entre eux

Conjecture : Si la longueur et la largeur sont premiers entre eux, alors le nombre de carreaux traversés est longueur × largeur

Conjecture : Si la longueur et la largeur ont d'autres diviseurs communs différents de 1, alors tous les carreaux seront traversés.

Exercice :
- (15 ; 9) -> 45 carreaux
  diviseurs communs à 15 et 9 : 3 ; 1
- (12 ; 8) -> 24 carreaux
  diviseurs communs à 12 et 8 : 4 ; 1 ; 2

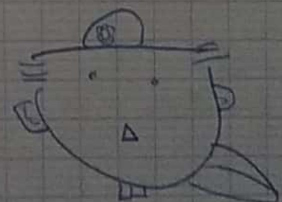
- (6 ; 4) -> 12 carreaux
  diviseurs communs à 6 et 4 : 2 ; 1
- (24 ; 16) -> 48 carreaux
  diviseurs communs à 24 et 16 : 2 ; 4 ; 8 ; 1

Conjecture pour trouver le nombre de carreaux traversés, il faut multiplier la longueur par la largeur et diviser par le plus grand diviseur commun

Cette conjecture est vraie mais elle ne sera pas démontrée. C'est une propriété admise

Problème

Résolu !



Exercices : Pour chaque billard, déterminer le nombre le nombre de carreaux traversés

$\boxed{\text{Sans faire de dessin}}$

1) Longueur : 27 carreaux
Largeur : 18 carreaux $\longrightarrow \frac{27 \times 18 = 486}{9} = 54$

2) Longueur : 99 carreaux
Largeur : 11 carreaux $\longrightarrow \frac{99 \times 11}{11} = 99$

3) Longueur : 28 carreaux
Largeur : 33 carreaux $\longrightarrow \frac{28 \times 33}{1} = 924$

III - Rechercher les diviseurs d'un nombre

exercice : trouver les diviseurs communs à 7920 et 3276

- 1 ; 2 ; 4 ; 8
1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 9 ; 12 ; 18

7920

$= 2 \times 3960$
$= 2 \times 2 \times 1980$
$= 2 \times 2 \times 2 \times 990$
$= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 330$
$= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 110$
$= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 2 \times 55$
$= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 2 \times 5 \times 11$
$=$

3276

$= 2 \times 1638$
$= 2 \times 2 \times 819$
$= 2 \times 2 \times 3 \times 273$
$= 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 91$
$= 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7 \times 13$
$= \cancel{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7 \times}$

$7920 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 11$
$= 2^4 \times 3^2 \times 5 \times 11$

$3276 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7 \times 13$
$= 2^2 \times 3^2 \times 7 \times 13$

décomposition en produits de nombres premiers

Un nombre premier est un nombre qui n'a que 2 diviseurs : 1 et lui-même.

exercice : 1) Donner la décomposition en produit de nombres premiers des deux nombres suivants : 700 et 540
2) Trouver le plus grand diviseur commun à 700 et 540

700	540
$= 2 \times 350$	$= 2 \times 270$
$= 2 \times 3 \times 150$	$= 2 \times 2 \times 135$
$= 2 \times 3 \times 2 \times 75$	$= 2 \times 2 \times 2 \times 45$
$= 2 \times 3 \times 2 \times 3 \times 25$	$= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 15$
$= 2 \times 3 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5$	$= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$
$= 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5$	$= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$

le plus grand diviseur commun est 20 ($2 \times 2 \times 5$)

Définition : On note PGCD le plus grand diviseur commun de deux nombres entiers.

trouver le PGCD de deux nombres entiers à l'aide de la décomposition en facteurs premiers

exemple $PGCD(96 ; 840) = 2\times2\times2\times3 = 24$ (ou $2^3\times3$)

$96 = 2^5\times3 = 2\times2\times2\times2\times2\times3$

$840 = 2^3\times3\times5\times7 = 2\times2\times2\times3\times5\times7$

- $PGCD(3150 ; 840) = 2\times3\times5\times7 = 210$
  $3150 = 2\times3^2\times5^2\times7 = 2\times3\times3\times5\times5\times7$
  $840 = 2^3\times3\times5\times7 = 2\times2\times2\times3\times5\times7$

- $PGCD(1024 ; 96) = 2^5 = 32$
  $1024 = 2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2$
  $96 = 2\times2\times2\times2\times2\times3$

- $PGCD(97, 96) = 1$

- $PGCD(3150 ; 36\times15) = 2\times3\times3\times5 = 90$
  $3150 = 2\times3\times3\times5\times5\times7$
  $36\times15 = 2\times2\times3\times3\times3\times5$

ex 54 et 58 p 28

54 a. Il peut faire 2 bouquets (15 ; 12)
mais ne peut pas en faire 4 ou 5

b. Il peut faire 2 bouquets (15, 12)
3 bouquets (5 ; 4)
6 bouquets (10 ; 8)

58.
840
$= 4\times210$
$= 4\times2\times105$
$= 4\times2\times5\times21$
$= 4\times2\times5\times7\times3$

1176
$= 3\times392$
$= 3\times2\times196$
$= 3\times2\times2\times98$
$= 3\times2\times2\times3\times98$
$= 3\times2\times2\times3\times2\times49$
$= \cancel{3}\times2\times2\times3\times2\times7\times7$
$= 3\times2^3\times7^2$

b. Oui, il peut en faire 21

$1176 \div 21 = 56$
$840 \div 21 = 40$

On peut faire 21 lots de 56 macarons et 40 financiers

c. $PGCD(840 ; 1176) = 2^3\times3\times7$
$= 168$

$1176 \div 168 = 7$
$840 \div 168 = 5$

On peut faire au maximum 168 lots de 7 macarons et 5 financiers

60 : a. La durée en heures pour qu'elles sonnent simultanément est un multiple commun de 6h et de 14 heures, c'est à dire 42 h. Elles sonneront donc à nouveau ensemble le 11 oct. à 11h30.

b. Un multiple commun de 15h et de 21h est 105h, soit 4 jours et 9h. La prochaine fois qu'elles sonneront ensemble sera le 14 oct. à 2h30.

Le jeu de Juniper Green.

Le jeu de Juniper-Green

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

51 p 27

1. a. $\frac{265^{\div 5}}{80_{\div 5}} = \frac{53}{16}$, b. $\frac{500}{77}$ = irréductible, c. $\frac{64}{105}$ = irréductible

d. $\frac{111^{\div 111}}{999_{\div 111}} = \frac{1}{9}$, e. $\frac{19}{23}$ = irréductible,

2. $\frac{8820^{\div 90}}{74\,250_{\div 90}} = \frac{98}{825}$

3. $\frac{5082^{\div 66}}{3960_{\div 66}} = \frac{77}{60}$

Stratégie gagnante

- le joueur 1 doit choisir un nombre premier supérieur à la moitié du plus grand nombre du tableau
- le joueur 2 est obligé de choisir 1
- le joueur 1 choisit un autre nombre premier supérieur à la moitié du plus grand nombre et il a gagné.

IV Rechercher les nombres premiers

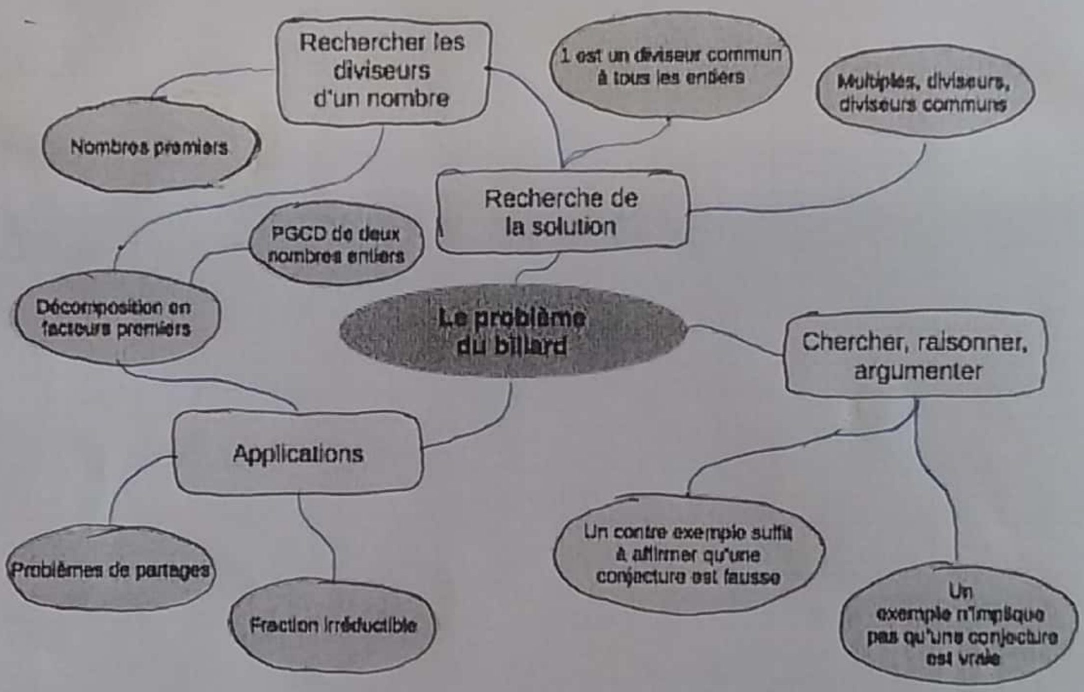
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

<- Crible d'Erathostène

- 2 est un nombre premier. On raye tous ses multiples (<2)
- 3 est un nombre premier. On élimine tous ses multiples (<3)
- 5 est un nombre premier. On élimine tous ses multiples (<5) et on continue

Les nombres du tableau qui sont entourés sont des nombres premiers.

Synthèse de l'étude du problème



Culture et informations mathématiques actuelles

La conjecture de Goldbach est une assertion mathématique **non démontrée** qui s'énonce comme suit :

Tout nombre entier pair supérieur à 3 peut s'écrire comme la somme de deux nombres premiers.

A l'heure actuelle, personne n'a réussi à démontrer cette conjecture.

D'autres problèmes plus importants ont une récompense de 1 000 000 $ (voir la liste des problèmes du prix du millénaire)