# Le rectangle inscrit

Équipe DREAM

14 juillet 2020

## Table des matières

**1 Énoncé du problème** **2**

**2 Choix du problème** **2**

2.1 Compétences transversales . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2

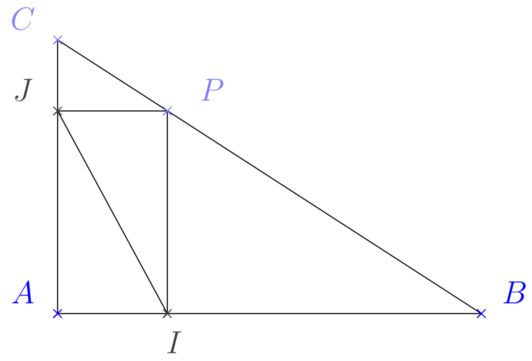
2.2 Connaissances mathématiques . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2

**3 Analyse mathématique du problème** **3**

**4 Analyse de productions** **3**

# 1 Énoncé du problème

Dans un triangle ABC rectangle en A, on place un point P, au hasard, sur l'hypoténuse. La perpendiculaire à la droite (AB) passant par P, coupe cette droite (AB) en un point I. La perpendiculaire à la droite (AC) passant par P, coupe cette droite (AC) en un point J. Lorsqu'on déplace le point P sur l'hypoténuse, on peut remarquer que la mesure de la longueur du segment [IJ] varie.
Où faudrait-il placer le point P sur l'hypoténuse de ce triangle BAC pour que le segment [IJ] ait la plus petite longueur possible ?




# 2 Choix du problème

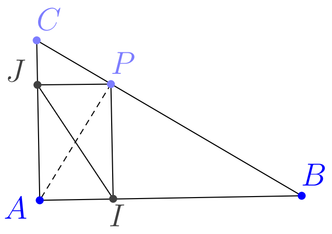
## 2.1 Compétences transversales

- Comprendre les relations entre les objets dans une situation dynamique.
- Favoriser l'usage d'un logiciel de géométrie dynamique.
- Encourager la prise d'initiatives. L'élève peut construire plusieurs figures en déplaçant le point $P$.

## 2.2 Connaissances mathématiques

1. Mettre en place l'idée de variations d'un point et de leurs conséquences sur les propriétés de la figure.
2. Organiser les essais : plusieurs points sur une même figure ou refaire le triangle à chaque fois.
3. Passer du cas particulier au cas général.
4. Réinvestir les propriétés des diagonales d'un rectangle, et la distance point-droite (programme de 4ème).

# 3 Analyse mathématique du problème



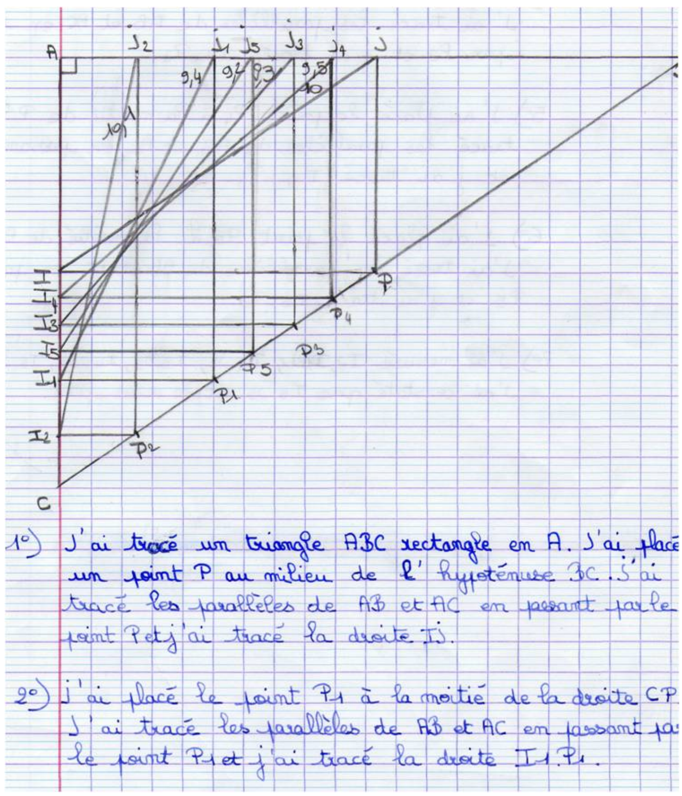

Solution "attendue" niveau 4ème :
$IJ = AP$, minimale lorsque $(AP)$ est la hauteur issue de $A$.
Objets mathématiques qui pourront être utilisés :

1. Reconnaître $AIPJ$ comme un rectangle.
2. Reconnaître $[IJ]$ comme une diagonale de ce rectangle.
3. Utiliser les propriétés des diagonales du rectangle.
4. Distance point-droite.

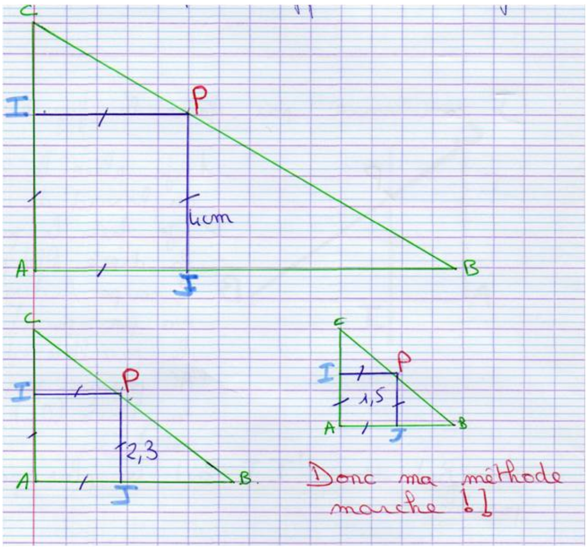
On peut encourager les élèves à utiliser un logiciel de géométrie. Sur papier on peut imaginer que les essais successifs risquent d'être disqualifiés, parce que longs et ennuyeux ; en revanche sur un logiciel de géométrie dynamique, cette stratégie sera sans doute privilégiée.

# 4 Analyse de productions

Certains élèves font un nouveau triangle pour chaque essai, ce qui devient vite fastidieux. D'autres pensent à réaliser leurs essais sur le même triangle. On voit bien ce que le mouvement en géométrie dynamique peut favoriser.



Difficultés rencontrées : dans un cadre trop "flou" et général, sans mesures imposées et avec un énoncé du type "Dans un triangle $ABC$ rectangle en $A$, on place un point $P$ sur $[BC]$", certains élèves éprouvent des difficultés à se lancer dans les premières constructions de figures et se retrouvent alors immédiatement bloqués : comment construire le triangle ? Quelles mesures ?
Remarque : la formulation "le point $P$ se déplace…" permet aux élèves de mieux appréhender ce mouvement.
On peut alors choisir d'imposer les mesures.

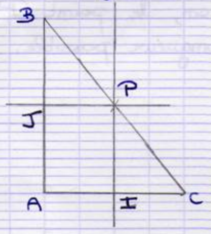



Modifier les dimensions du triangle empêche l'élève d'accéder au problème demandé.

De plus, trop naturellement, lorsque les élèves construisent eux-mêmes leur triangle rectangle de mesures quelconques, ils se retrouvent dans le cas particulier d'un triangle rectangle isocèle. Il devient alors difficile pour eux d'émettre une conjecture et de s'éloigner du dessin pour amorcer un raisonnement. On peut aussi profiter du grand nombre de dessins différents dans la classe pour évoquer la différence entre cas particulier et cas général.

On peut s'attendre à retrouver seulement trois positions du point $P$ ( au milieu et sur les 2 extrémités du segment $BC]$ ).
Ici, on voit bien le rôle que la géométrie dynamique peut jouer.

En premier, je dessine la figure pour l'avoir sous les yeux.




Ensuite, j'ai essayé de faire plusieurs figures pour déplacer le point P à plusieurs endroits.