Question d'aires

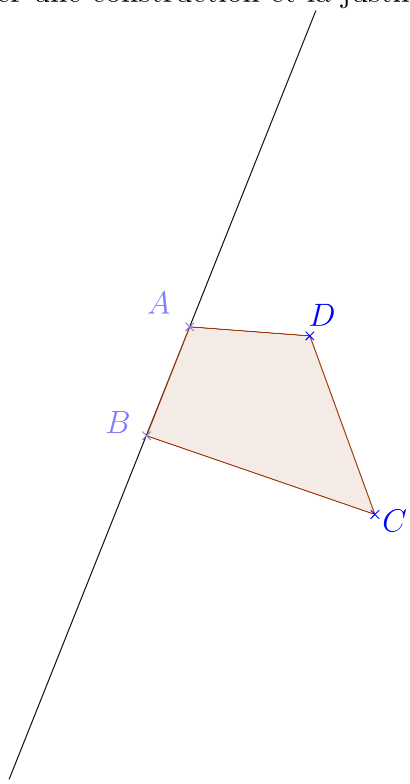
Équipe DREAM

14 juillet 2020

Table des matières

1 Énoncé du problème

Où placer le point M sur [BA) pour que le triangle MBC ait la même aire que le quadrilatère ABCD ? Proposer une construction et la justifier.



Prolongements possibles Où placer le point M dans le plan pour que le triangle MBC ait la même aire que le quadrilatère ABCD ?

2 Choix du problème

2.1 Compétences transversales

- Fournir un cadre pour développer les capacités à expérimenter et à mettre en œuvre des démarches d'investigation.
- Contribuer à l'apprentissage du raisonnement déductif.

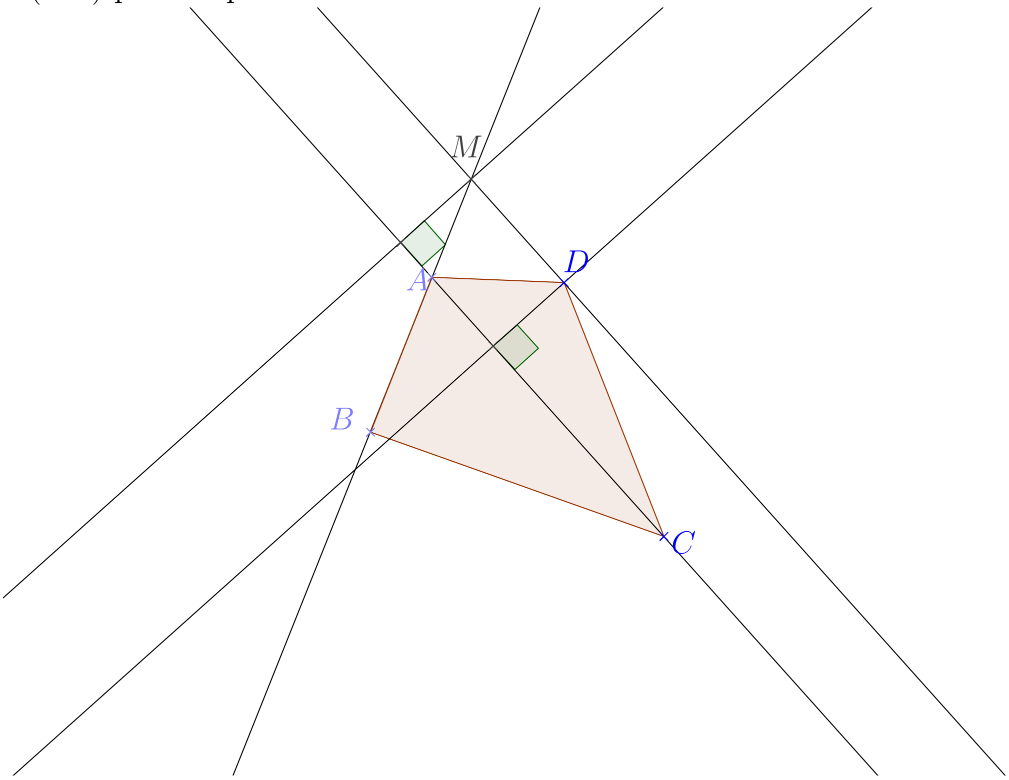
2.2 Connaissances mathématiques

1. Faire travailler les élèves sur le calcul d'aire d'un quadrilatère quelconque.
2. Trouver un lieu géométrique.
3. Comparer des aires.
4. Entretenir les acquis des classes antérieures sur les calculs d'aire.
5. Manipuler, faire des décompositions en liaison avec la pratique du calcul littéral.

3 Analyse mathématique du problème

Une solution :

Aire (MBC) = Aire (ABC) + Aire (MAC)
Aire (ABDC) = Aire (ABD) + Aire (ADC)
Les 2 triangles MAC et ADC doivent avoir la même aire. Ils ont un côté commun $[AC]$. Il suffit donc que leur hauteur relative à ce côté soit de même longueur. On trace donc la parallèle à (AD) passant par C.



Objets mathématiques qui pourront être utilisés pas les élèves dans la résolution du problème :

1. Décomposition de la figure en triangles : Il n'existe pas de formule directe pour calculer l'aire d'un quadrilatère quelconque. Les élèves devront donc faire apparaître des figures usuelles (triangles...) pour pouvoir calculer l'aire. Pour rester dans le cas général, ils devront repérer des parties, éléments communs à la fois au quadrilatère et au triangle.
2. Calculs d'aires en utilisant des dimensions de la figure : Certains élèves vont sûrement mesurer la figure et calculer l'aire du quadrilatère de façon plus ou moins précise. Dans ce cas ils raisonnent uniquement pour le dessin donné. Ils pensent assez naturellement à tracer et mesurer des hauteurs.
3. Résolution d'une équation pour trouver la distance BM : Les élèves effectuant des mesures peuvent ensuite trouver BM en résolvant une équation. Ils ont calculé l'aire du quadrilatère $ABCD$, tracé et mesuré la hauteur issue de C dans le triangle MBC.

   Dans l'équation :

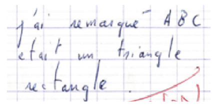
   aire BMC=aire $ABCD$ donc $BM = \frac{2\times\text{aire de } ABCD}{\text{hauteur issue de } C \text{ dans } BMC}$

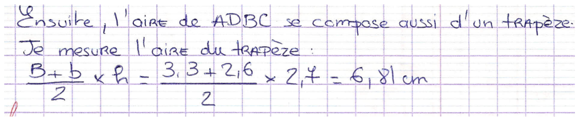
   on a alors une seule inconnue .

   En la résolvant, on trouve ainsi la longueur BM et ainsi où placer le point M.
4. Utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique pour trouver la position de M rendant les deux aires égales.

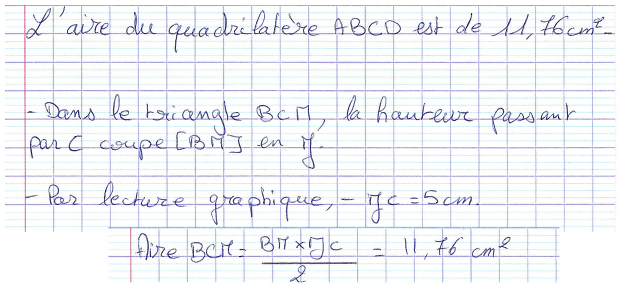
4 Analyse de productions

Une erreur rencontrée fréquemment : les élèves n'utilisent pas uniquement les informations données par l'énoncé ou par les codages. C'est ici l'occasion d'aborder la différence entre un dessin et une figure ainsi que les règles de la démonstration en mathématiques (s'appuyer sur les hypothèses et travailler avec les données).


j'ai remarqué ABC était un triangle rectangle.


Ensuite, l'aire de ADBC se compose aussi d'un trapèze.
Je mesure l'aire du trapèze :
$\frac{B+b}{2} \times h = \frac{3,3+2,6}{2} \times 2,7 = 6,81$ cm

Beaucoup d'élèves ont pris des mesures sur le dessin. Là encore, c'est une occasion de travailler le passage du cas particulier au cas général.


L'aire du quadrilatère ABCD est de 11,76cm².
- Dans le triangle BCM, la hauteur passant par C coupe [BM] en J.
- Par lecture graphique, - JC = 5cm.
Aire BCM = $\frac{BM \times JC}{2}$ = 11,76 cm²