

# La croix grecque

Équipe DREAM

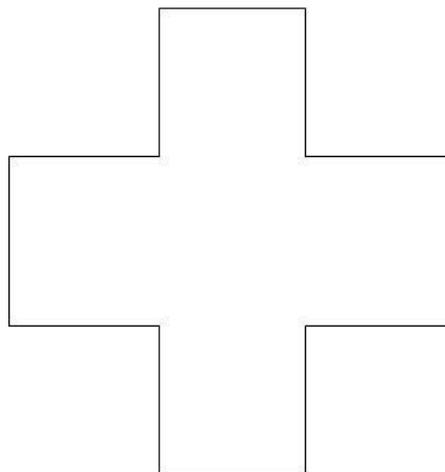
14 juillet 2020

## Table des matières

|          |   |          |
|----------|---|----------|
| <b>1</b> | <b>Énoncé du problème</b>               | <b>2</b> |
| <b>2</b> | <b>Choix du problème</b>                | <b>2</b> |
| 2.1      | Compétences transversales . . . . .     | 2        |
| 2.2      | Connaissances mathématiques . . . . .   | 2        |
| <b>3</b> | <b>Analyse mathématique du problème</b> | <b>3</b> |
| <b>4</b> | <b>Analyse de productions</b>           | <b>3</b> |

# 1 Énoncé du problème

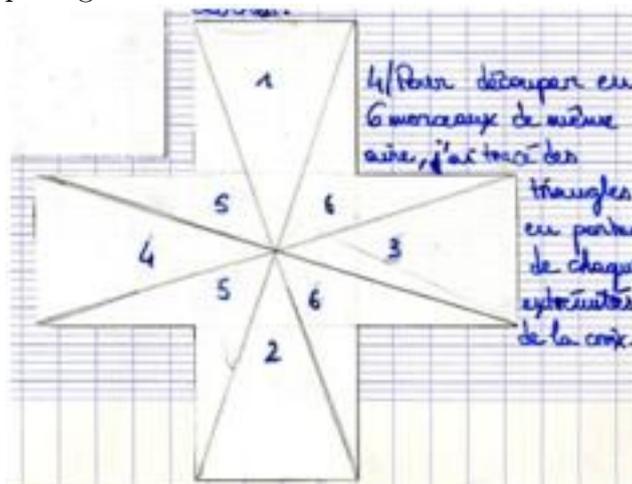
Comment découper la croix grecque suivante en deux, puis trois, puis quatre, puis cinq parties de même aire, puis en 6, en 7, en 8... et en 100 ? Et en  $n$  parties ?



Variantes :

- On peut changer la croix grecque en carré, rectangle, etc.
- On peut diriger le travail sur le partage en morceaux de même forme.

- A partir d'un découpage, poser la question de savoir si le découpage donne des parties de même aire, comme illustré sur la figure ci-contre.



Un découpage en six parties qui ne sont pas de même aire.

## 2 Choix du problème

### 2.1 Compétences transversales

- Réaliser, manipuler, mesurer, calculer.
- Présenter la démarche suivie, les résultats obtenus, communiquer à l'aide d'un langage adapté.
- S'interroger sur la notion d'aire.

### 2.2 Connaissances mathématiques

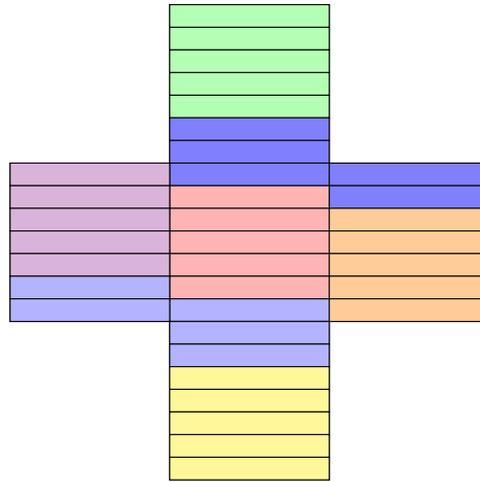
- Travailler sur la symétrie et les figures de base (carré, rectangle, triangle).
- Relier les symétries de la figure à la notion de multiple (partage en 4, 8, 16 par exemple).
- Utiliser des calculs, formules, manipulations géométriques pour comparer des aires.

- Travailler sur les notions de périmètre et d'aire, de partage uniforme.
- Effectuer des calculs d'aire ou comparer des aires par des moyens géométriques.

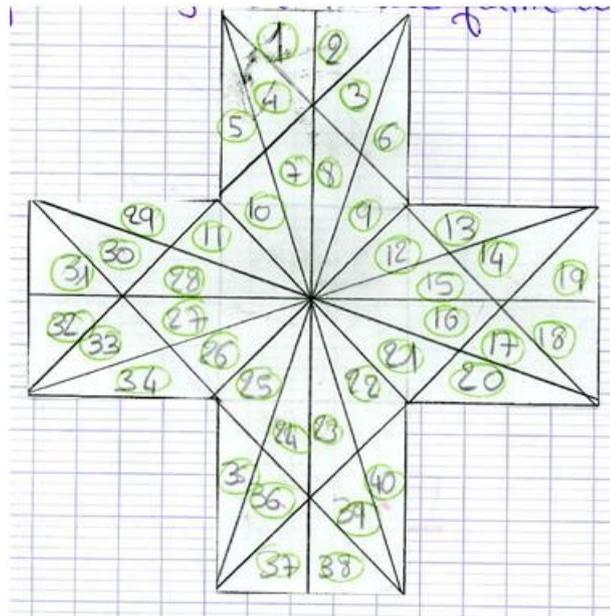
### 3 Analyse mathématique du problème

Une solution possible :

Soit un découpage en  $n$  parties désirées. Une approche possible est de partager chacun des 5 carrés qui constituent la croix en  $n$  parties identiques et d'en prendre des parties par groupe de 5 (à droite un partage en 7 parties de même aire).



Des découpages moins triviaux peuvent-être proposés. Voici par exemple ci-contre un découpage proposé par une élève en 3ème dispositif « Découverte professionnelle 6 heures ». On peut montrer que les aires de chacune des parties sont égales (Dans cette classe ceci a fait l'objet d'une deuxième narration de recherche sur ce thème).



Un découpage en quarante parties.

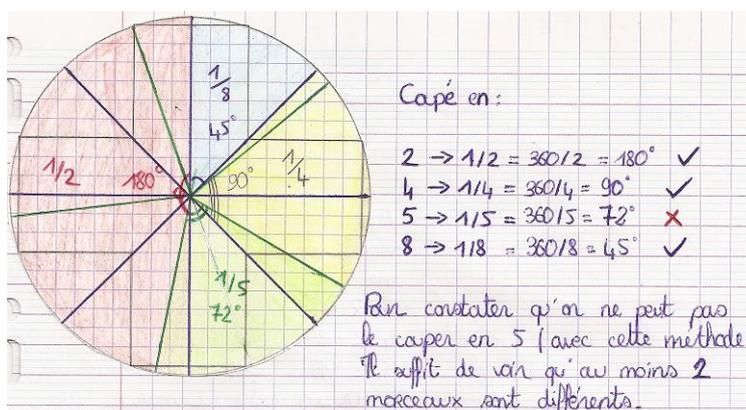
### 4 Analyse de productions

Cette recherche permet aisément de trouver des découpages pour 2, 4, 5, 8, 10, ... morceaux; les élèves peuvent ainsi rentrer facilement dans la tâche. Ce qui est particulièrement intéressant

pour le professeur et étonnant pour les élèves, c'est la résistance du partage de la croix en trois parties de même aire (alors que pour 100 de nombreux élèves réussissent). Ce partage fait souvent l'objet de développements importants par les élèves et de démarches audacieuses.

Les stratégies observées :

- On peut rencontrer une ambiguïté dans les copies entre les mots morceaux (parties connexes) et parties (non nécessairement connexes).
- Les élèves associent un cercle à la croix et en découpant celui-ci découpe la croix.



- Certains essaient de déterminer une série de nombres pour lequel il est possible de faire un découpage systématique.
- Des découpages respectant la symétrie centrale de la croix.
- Certains élèves calculent l'aire de la croix en se fixant des mesures.
- Des élèves mettent en oeuvre un découpage méthodique mettant en avant la structure quinaire de la croix.

Ex: pour une croix grecque ayant pour chaque côté 5cm et je veux le couper en 100 parties de mêmes aire. alors

$$5 \times \frac{a^2}{100}$$

$$5 \times \frac{a \times a}{100}$$

$$5 \times \frac{5 \times 5}{100}$$

$$5 \times \frac{25}{100}$$

$$= 125$$

J'ai décomposé ma formule.

le côté est composé de 5 carrés

la formule de l'aire d'un carré  $a \times a = a^2$

je divise par le nombre de carrés en comptant le nombre impair le plus petit