Problème :
L'aire de l'Antarctique

Durée théorique : 9 heures

Connaissances et compétences attendues :

Calculer avec des grandeurs mesurables ; exprimer les résultats dans les unités adaptées	
• Aire du parallélogramme (obtenue à partir de celle du rectangle par découpage et recollement)	

Commentaires :

- Seront également revus les connaissances de cycle 3 en rapport avec cette grandeur (mesures, conversions et formules pour le rectangle, le triangle et le disque)
- **Rappel :** À l'issue d'activités rituelles de calcul et de verbalisation de procédures et la résolution de problèmes, effectuées tout au long du cycle, **les élèves doivent avoir mémorisé et automatisé** les formules donnant les longueurs, **aires**, volumes des figures et solides figurant au programme, ainsi que les **procédures de conversion d'unités**.

Compétences mathématiques principalement mobilisées :

Chercher	• S'engager dans une démarche scientifique, observer, questionner, manipuler, expérimenter (sur une feuille de papier, avec des objets, à l'aide de logiciels), émettre des hypothèses, chercher des exemples ou des contre-exemples, simplifier ou particulariser une situation, émettre une conjecture.
Modéliser	• Traduire en langage mathématique une situation réelle (par exemple à l'aide d'équations, de fonctions, de configurations géométriques, d'outils statistiques).
Représenter	• Utiliser, produire et mettre en relation des représentations de situations spatiales (schémas, croquis, maquettes, patrons, figures géométriques, photographies, plans, cartes, courbes de niveau).
Raisonner	• Résoudre des problèmes impliquant des grandeurs variées (géométriques, physiques, économiques) : mobiliser les connaissances nécessaires, analyser et exploiter ses erreurs, mettre à l'essai plusieurs solutions.
Calculer	• Contrôler la vraisemblance de ses résultats, notamment en estimant des ordres de grandeur ou en utilisant des encadrements.
Communiquer	• Faire le lien entre le langage naturel et le langage algébrique. Distinguer des spécificités du langage mathématique par rapport à la langue française. • Expliquer à l'oral ou à l'écrit (sa démarche, son raisonnement, un calcul, un protocole de construction géométrique, un algorithme), comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange.

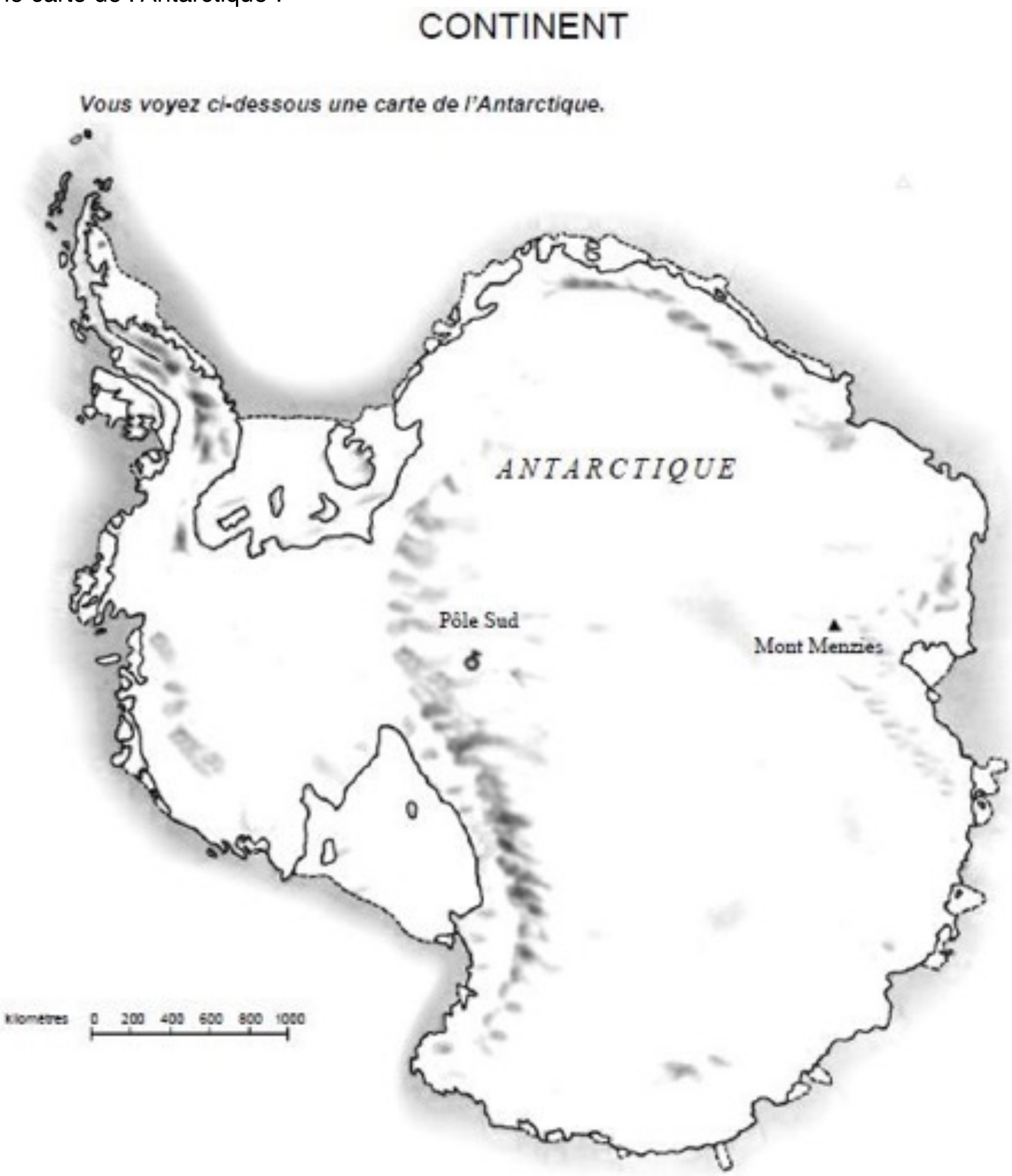
Contenu :

Doc 1 -

Thème : Analyse de la situation

<u>Enoncé du problème</u>

Voici une carte de l'Antarctique :



1. Quelle est la distance entre le Pôle Sud et le Mont Menzies ? *Utilisez l'échelle de la carte pour faire votre estimation.*

2. Estimez **l'aire de l'Antarctique** en utilisant l'échelle de cette carte.
   Montrez comment vous avez procédé et expliquez comment vous avez fait votre estimation.
   V*ous pouvez dessiner sur la carte si cela vous aide pour votre estimation*.

Solution mathématique

Voir le document « Antarctique.pdf » sur le site DREAMaths (https://clarolineconnect.univ-lyon1.fr/icap_website/1324/34805) dans la section « Autres travaux -> panier à problèmes »

Les mathématiques en jeux

- unités de mesures d'aires et conversions
- formules d'aires de figures usuelles (carré, triangle, cercle…)
- échelle et techniques de proportionnalité
- lien avec l'agrandissement et la réduction avec effet sur les longueurs et les aires
- découvertes de nouvelles formules d'aires (formules de Héron, formules de Pick…)

Analyse des connaissances, méthodes et procédures possibles

- mesure d'aire par quadrillage ou maillage avec figures élémentaires
- utilisation de l'échelle et utilisation de la proportionnalité
- majoration de l'aire de l'Antarctique par une figure usuelle qui la contient
- minoration de l'aire de l'Antarctique par une figure usuelle contenue à l'intérieure
- découpage et juxtaposition pour reformer une figure connue

Doc 2 -

Thème : Mise en œuvre de la situation

La résolution de cette situation nécessite au préalable une assez bonne maitrise de la notion d'aire et de quelques méthodes de mesures ou de calculs. Suivant le public et la tranche d'âge, il peut être pertinent de proposer cette situation en fin de séquence plutôt qu'au début afin de permettre aux élèves de mettre en application de qu'ils ont appris et d'obtenir une plus grand variété de procédures lors de la mise en commun. C'est le choix qui a été fait pour cette séquence. L'étude de cette situation arrive donc en fin de séquence, après avoir revu et travaillé sur les différents point.

➡1ère phase : présentation et recherche individuelle (environ 5-10 min)

Temps de familiarisation avec problème (3 min)

Lecture collective de l'énoncé, reformulation des deux questions posées (sur l'estimation de longueur et d'aire) ; mise en avant des données importantes de l'énoncé (échelle, contour de la carte…)

Temps de recherche individuelle approfondi (5 min)

Les élèves élaborent une stratégie personnelle afin d'avoir matière à entamer la discussion lors de la deuxième phase

➡ 2ème phase : recherche en groupe (entre 40 min)

Phase de recherche d'une stratégie commune et élaborations de conjectures. L'enseignant circule parmi les groupes, les encourage à chercher, élaborer une procédure pour mesurer, calculer, utiliser leurs propres connaissances, apporter des justifications etc.

Phase de rédaction d'une affiche pour la mise en commun.

➡ 3ème phase : mise en commun et débat (30 min)

L'organisation de la mise en commun peut dépendre des productions :

- Si les stratégies et conjectures formulées sont variées, il est intéressant que chaque groupe expose ses résultats pour enrichir le débat.
- Si les stratégies et conjectures sont similaires, il peut suffire de faire présenter le travail de quelques groupes puis de débattre et d'approfondir autour des résultats proposés.

Il faut absolument garder du temps pour le débat pour que les mises en communs prennent leur sens.

➡ 4ème phase : bilan de la recherche (environ 10 min)

Faire le point sur tout ce qui a été produit par les élèves. Distinguer :

- les observations formulées par les élèves
- les raisonnements et méthodes utilisés
- les savoirs et faits mathématiques évoqués

Il faut cependant rester un minimum synthétique. Il s'agit surtout d'avoir un référentiel de ce qui a été travaillé dans ce problème. **A écrire en rouge dans le cahier d'exercice**.

Il faut compter au moins 2 heures pour une mise oeuvre complète

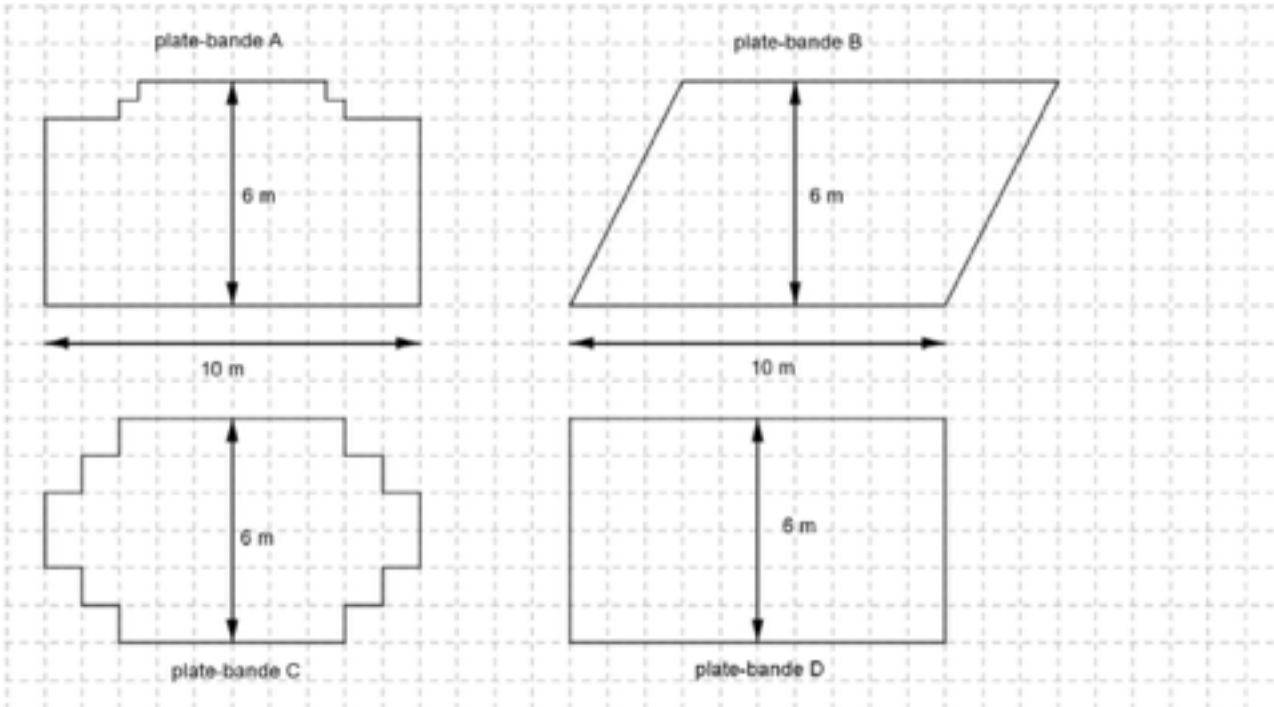
Doc 4 -

Thème : Ressources sur les aires

Aire et périmètre : le problème du jardinier

Au début du printemps, un jardinier doit entretenir quatre plates-bandes : il doit les clôturer par un grillage et y semer du gazon. Dans sa remise, il lui reste 32 mètres de grillage et un sac de graines de gazon permettant d'ensemencer une surface de 54 m2.

Il se demande si cela suffit pour entretenir au moins l'une des plates-bandes.



Peux-tu aider le jardinier ? Quelle(s) plate(s)-bande(s) peut-il entretenir ?

Extension: Trouver une forme de plate-bande qui a un périmètre de 32 m et une surface de 54m2.

Synthèse orale:

- Refaire la distinction entre périmètre et aire.
- Rappeler qu'il n'y a aucun lien entre le périmètre et l'aire d'une figure.
- Comparaison d'aire se fait par découpage et superposition.
- L'inclusion d'une figure dans une autre ne permet de faire aucune conclusion sur le périmètre.

L'aire d'un parallélogramme et d'un triangle

Problématique: Le but est de déterminer et justifier la formule d'aire d'un parallélogramme.

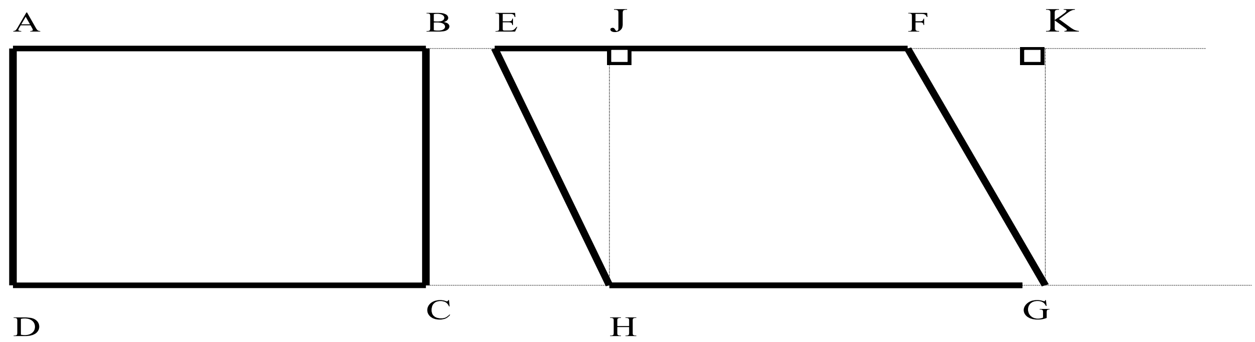
1) Construire deux parallélogrammes ABCD et EFGH **différents** tel que

$$AB = 3cm; \qquad AD = 5cm \qquad \text{et} \qquad EF = 3cm; \qquad EH = 5cm$$

a) Ont-ils forcément la même aire? Si oui, laquelle, si non, pourquoi ?
....
....
....

b) Quel est le paramètre qui détermine l'aire d'un parallélogramme ?
....
....
....

c)



Que peut-on dire des aires des quadrilatères ABCD et EFGH ? Justifier.
....
....
....
....

d) Comment peut-on calculer l'aire d'un parallélogramme de manière générale ?
....
....
....
....

e) Et si on se posait la même question pour un triangle, comment pourrait-on calculer son aire ?
....
....
....
....

A retenir :

- **Aire d'un parallélogramme : base x hauteur**
- **L'aire d'un parallélogramme ne dépend pas de son inclinaison**
- **L'aire d'un triangle correspond à la moitié de celle d'un parallélogramme : base x hauteur / 2**

Exercices d'entrainements

43 Recopie et complète.

a. 4 dam² = … m²

b. 15 hm² = … m²

c. 5,1 cm² = … mm²

d. 1 350 mm² = … cm²

e. 5,2 km² = … m²

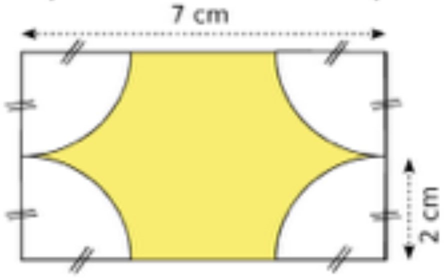
f. 0,7 m² = … dam²

g. 320 a = … m²

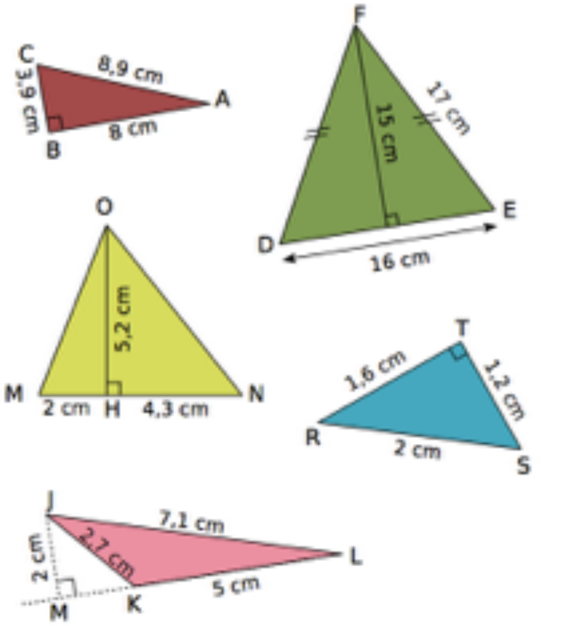
h. 2,5 ha = …m²

i. 15 300 mm² = … cm² = … dm² = … m²

54 Donne la valeur approchée par excès à l'unité du périmètre et de l'aire de la partie jaune.



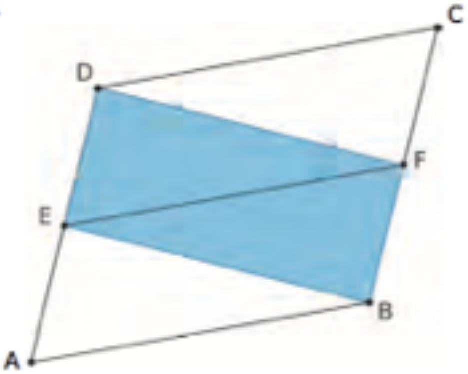
68 Calcule l'aire de chaque triangle.
(Attention, les triangles ne sont pas dessinés en vraie grandeur.)



84 ABCD est un parallélogramme de centre O.

a. En utilisant une symétrie centrale, explique pourquoi les aires des triangles ADB et BCD sont égales. Exprime l'aire du parallélogramme ABCD en fonction de l'aire du triangle ABD.

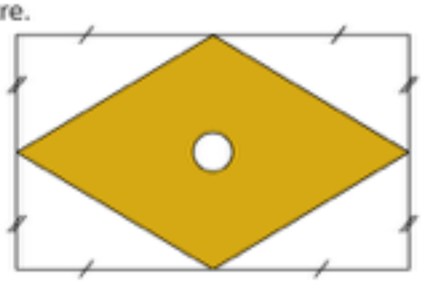
b. Application 1 : ABCD est un parallélogramme. E et F sont les milieux respectifs des côtés [AD] et [BC].



Explique pourquoi l'aire du parallélogramme ABCD est égale au double de l'aire de DFBE.

c. Application 2 : Construis un parallélogramme ABCD d'aire égale à 12 cm², et qui ne soit ni un rectangle, ni un losange.

55 Dans une pièce de bois rectangulaire de dimensions 10,2 cm sur 6,6 cm, un menuisier découpe un losange. Il perce ensuite, au centre de ce losange, un trou circulaire de 1 cm de diamètre.



Donne un arrondi à l'unité de l'aire de la pièce de bois obtenue.