

# Problème

## Les triangles

**Durée estimée : 9 heures**

**Connaissances et compétences attendues en lien avec le programme :**

Comprendre et utiliser les notions de divisibilité et de nombres premiers	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Triangle :               <ul style="list-style-type: none"> <li>- somme des angles d'un triangle (démonstration possible en utilisant les angles correspondants)</li> <li>- inégalité triangulaire</li> <li>- cas d'égalité des triangles</li> <li>- triangles semblables (une définition et une propriété caractéristique)</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mettre en œuvre ou écrire un protocole de construction d'une figure géométrique.</li> <li>• Faire le lien entre les cas d'égalité des triangles et la construction d'un triangle à partir de la donnée de longueurs des côtés et/ou de mesures d'angles.</li> </ul>

**Compétences mathématiques principalement mobilisées :**

<b>Chercher</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• S'engager dans une démarche scientifique, observer, questionner, manipuler, expérimenter (sur une feuille de papier, avec des objets, à l'aide de logiciels), émettre des hypothèses, chercher des exemples ou des contre-exemples, simplifier ou particulariser une situation, émettre une conjecture.</li> </ul>
<b>Raisonner</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mener collectivement une investigation en sachant prendre en compte le point de vue d'autrui.</li> <li>• Démontrer : utiliser un raisonnement logique et des règles établies (propriétés, théorèmes, formules) pour parvenir à une conclusion.</li> <li>• Fonder et défendre ses jugements en s'appuyant sur des résultats établis et sur sa maîtrise de l'argumentation.</li> </ul>
<b>Communiquer</b>	Expliquer à l'oral ou à l'écrit (sa démarche, son raisonnement, un calcul, un protocole de construction géométrique, un algorithme), comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange.

**Contenu :**

- I. Analyse de la situation
- II. Mise en oeuvre de la situation
- III. Une proposition de « plan » pour l'étude de ce problème
- IV. Ressources en arithmétique

**Doc 1 -****Thème : Analyse de la situation****Énoncé du problème :**

Existe-t-il un triangle dont les côtés mesurent 5 cm, 9 cm et 4 cm ?

Plus généralement, si on se donne trois nombres, existe-t-il toujours un triangle dont les côtés mesurent ces trois longueurs ?

**Solution mathématique**

Voir le document « Analyse\_Triangles.pdf » sur le site DREAMaths ( <http://dreamaths.univ-lyon1.fr> ) dans la section « Autres travaux -> Le panier à problèmes

**Les mathématiques en jeu**

- Cercles
- Triangles (polygone à 3 côtés)
- Méthodes de constructions de triangles à la règle graduée et au compas
- Lieux géométriques
- Addition de nombres positifs
- Comparaison de nombres positifs

**Analyse des connaissances, méthodes et procédures possibles**

Voir le document « Analyse\_Triangles.pdf » sur le site DREAMaths ( [www.dreamaths.univ-lyon1.fr](http://www.dreamaths.univ-lyon1.fr) ) dans la section « Autres travaux -> Le panier à problèmes

## Thème : Mise en œuvre de la situation

### ➔ 1ère phase : présentation et recherche individuelle (environ 10 min)

#### Temps de présentation des enjeux de la séance (2 min)

Présentation des attendus de la recherche: une réponse à chaque question posée avec présentation d'un ou plusieurs arguments pour accompagner leur réponse.

#### Temps de familiarisation avec problème (3 min)

Le contexte est familier aux élèves. La première question ne pose pas de problème. La seconde question demande d'être moralisée ou reformulée plusieurs fois pour qu'elle soit bien assimilée.

#### Temps de recherche individuelle approfondi (5 min)

Appropriation et approfondissement du problème par chaque élève, remédiation individuelle par le professeur si besoin.

### ➔ 2ème phase : recherche en groupe (entre 50 min)

Phase de recherche d'une stratégie commune et élaborations de conjectures. L'enseignant circule parmi les groupes, les encourage à formuler des conjectures, trouver des éléments de preuve, apporter des justifications etc.

Phase de rédaction d'une affiche pour la mise en commun.

### ➔ 3ème phase : mise en commun et débat (30 min)

L'organisation de la mise en commun peut dépendre des productions :

- Si les stratégies et conjectures formulées sont variées, il est intéressant que chaque groupe expose ses résultats pour enrichir le débat.
- Si les stratégies et conjectures sont similaires, il peut suffire de faire présenter le travail de quelques groupes puis de débattre et d'approfondir autour des résultats proposés.

Il faut absolument garder du temps pour le débat pour que les mises en commun prennent leur sens.

### ➔ 4ème phase : bilan de la recherche (environ 10 min)

Faire le point sur tout ce qui a été produit par les élèves. Distinguer :

- les conjectures formulées par les élèves
- les raisonnements et méthodes utilisés
- les savoirs et faits mathématiques évoqués

Il faut cependant rester un minimum synthétique. Il s'agit surtout d'avoir un référentiel de ce qui a été travaillé dans ce problème. **A écrire en rouge dans le cahier d'exercice.**

#### Il faut compter au moins 2 heures pour une mise oeuvre complète

**Remarque :** Il est possible que la première question ne soit pas vraiment tranchée car cela repose sur la définition d'un triangle plat et du fait ou non qu'un triangle plat est considéré comme un triangle.

## Doc 3 -

## Thème : Une proposition de « plan » pour l'étude de ce problème et des triangles

### Bilan de la recherche : ce qui peut apparaître

- \* Faire un ou deux essais ne suffit pas pour affirmer que les triangles existent toujours
- \* Si on choisit 3 nombres, on ne peut pas toujours construire un triangle
- \* Si un des deux nombres est beaucoup plus grand (ou plus petit) que les deux autres, alors le triangle n'existe pas
- \* Conjecture de l'inégalité triangulaire comme condition nécessaire et suffisante de l'existence d'un triangle.

*Dans cette séquence, les prolongements vont servir à apporter une conclusion au problème (rapidement accessible) et à approfondir l'étude des triangles.*

### I. Définition et critère d'existence d'un triangle

Rappel de la définition d'un triangle (vu comme un cas particulier d'un polygone).

Méthode de construction d'un triangle à la règle et compas et explication de l'inégalité avec l'intersection des cercles (illustration avec un LGD conseillée).

Cas d'égalité discuté en lien avec l'intersection des cercles (illustration avec un LGD conseillée). Illustration de l'influence de l'erreur sur le rendu (une erreur de 0.01 sur géogebra fait apparaître un triangle quelconque non plat) => Fiabilité d'un dessin pour émettre une conjecture.

Enoncé de l'inégalité triangulaire (comme CNS d'existence d'un triangle)

Exercices d'applications

*Problème résolu !*

### II. Critère d'existence d'un triangle sur les angles

Nouvelle problématique posée aux élèves :

1. Existe-t-il un triangle dont les angles mesurent  $35^\circ$  ;  $75^\circ$  et  $70^\circ$  ?
2. Plus généralement, si on se donne trois nombres, existe-t-il toujours un triangle dont les angles sont égaux à ces trois mesures ?

La mise en œuvre peut se faire comme pour l'étude des longueurs mais peut aussi être traitée de manière un peu plus directe (sans affiche mais en gardant une phase de mise en commun et d'échanges).

Notions travaillées : sommes des angles d'un triangle (avec démonstration à partir de la propriété des angles correspondants) ; cas des triangles semblables et propriété caractéristique (proportionnalité des longueurs)

**III. Comment déterminer un triangle ?**

Recherche des différentes données (parmi les 3 longueurs et les 3 angles) qui permettent de déterminer entièrement un triangle, c'est-à-dire d'obtenir des triangles isométriques.

Exercices d'applications sur l'égalité de triangle.

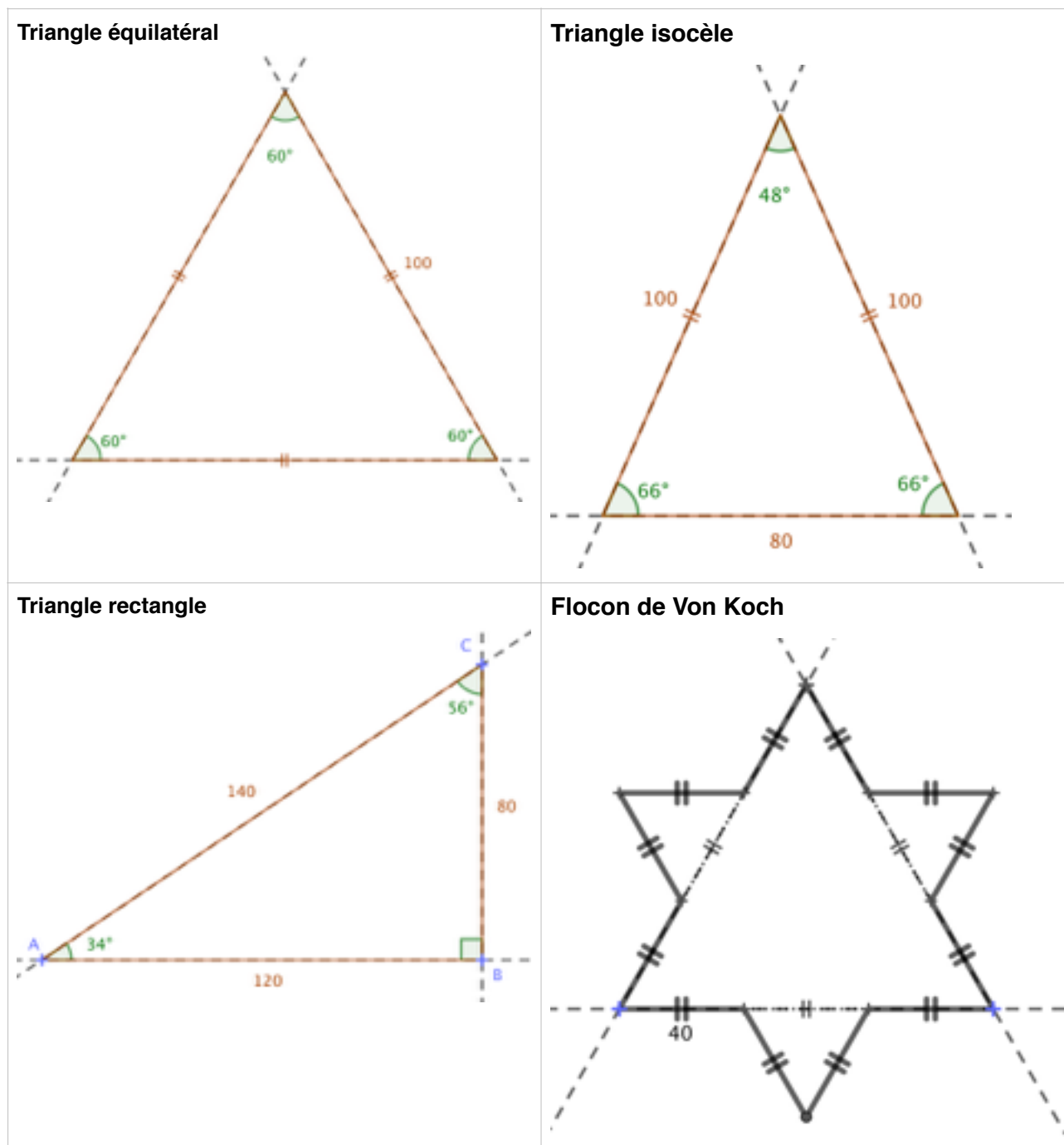
## Doc 4 -

## Thème : Ressources sur les triangles

Outre les exercices classiques d'existences, de constructions, d'égalités de triangles ou de calculs d'angles disponibles dans n'importe quel manuel, voici d'autres thèmes d'approfondissement :

### Un peu de programmation

Pour chaque figure, écris un programme sous scratch qui permet au lutin de le reproduire.



*Correction du triangle isocèle**Correction du Flocon de Von Koch***Droites remarquables d'un triangle**

*Un peu hors programme mais source fructueuse de raisonnements.*

**Sur les hauteurs**

- Construis un triangle DER ayant tous ses angles aigus, puis les hauteurs de ce triangle.
- Construis un triangle NRV tel que  $\widehat{NRV}$  soit un angle obtus, puis les hauteurs de ce triangle.
- Construis un triangle GHT rectangle en T, puis les hauteurs de ce triangle.
- Observe les trois figures.  
Que remarques-tu ?

**Sur les médianes**

*Brouillon de l'énoncé*

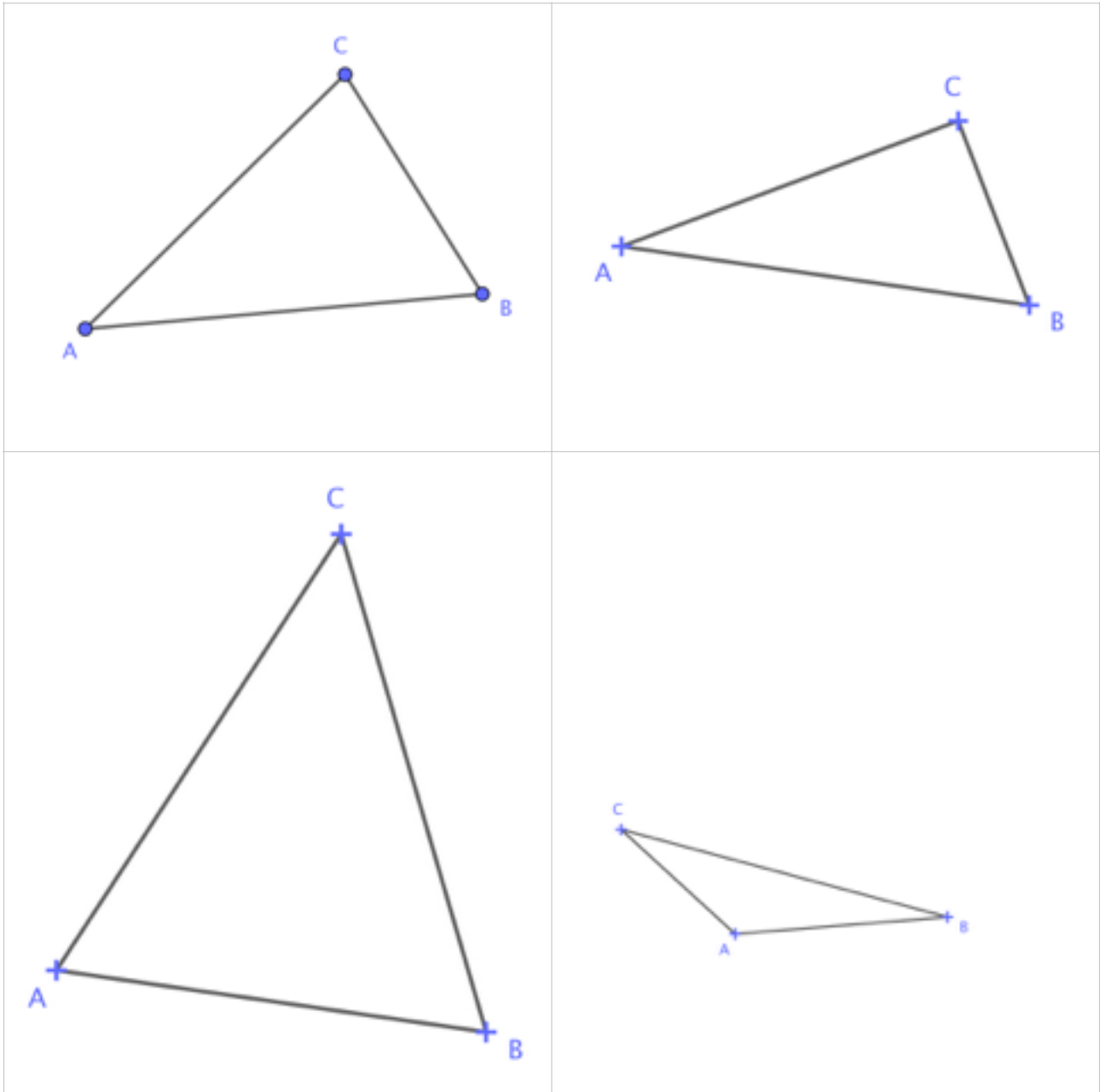
- Dans une feuille de papier, découper un triangle quelconque (pas trop petit).
- Chercher le point d'équilibre de ce triangle. C'est le point qui permet au triangle de tenir en équilibre sur la pointe du doigt ou mieux, d'un crayon.
- Recommence avec plusieurs triangles de formes différentes.

4. Comment trouver ce point d'équilibre (qu'on appelle « centre de gravité ») à l'aide de constructions géométriques ?

### Sur les médiatrices

*Brouillon de l'énoncé*

1. Voici 4 triangles.



Pour chaque triangle, existe-t-il un cercle qui passe par les trois sommets du triangle ? Si oui, tracez-le.

2. Trouver une méthode pour trouver systématiquement le centre de ce cercle et le tracer.

### Aire d'un triangle

*Déjà abordé en sixième normalement et peut être différé lors de la séquence sur les aires.*



